解析力学試験問題'99　　7月16日　　11:00-12:30　　　　於 3-371

(A4手書きメモ持ち込み可、記名して、答案用紙と一緒に提出すること)。

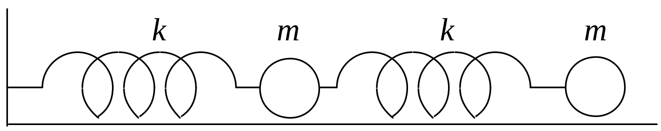
問 1

質量mの質点が落下する運動で、最小作用の原理が満たされていることを確かめよう。質点の運動を$x=\frac{gt^n}{2}$と仮定して(gは重力加速度)、作用積分$S=\int_0^1 L dt$が、現実の運動に対して極値を取ることを示せ。

ヒント — 現実の運動は、もちろん、$n=2$である。

問 2

図のようにバネで壁面に取り付けられた二つの質点の水平方向の運動について規準座標と規準振動数を求めよ。



問 3

一次元運動のラグランジアン$L=\left(\frac{m\dot{q}^2}{2}-\frac{mw_0^2q^2}{2}\right)\cdot\exp\left(\frac{g\,t}{m}\right)$から、運動方程式を導け。次に定義に従って、ハミルトニアンを導け(g、m、w_0は定数)。

ヒント — ハミルトニアンを導く際、運動量の定義は$p\equiv\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}$である。

問 4

調和振動子のハミルトニアン $H=\frac{p^2}{2m}+\frac{mw_0^2q^2}{2}$ **を、正準変換** $(p,q)\to(P,Q)$ **によって、** $H=\left(\frac{P^2}{2}+\frac{Q^2}{2}\right)w_0$ **に変換せよ。そして、使用した変換が確かに正準変換であることを、ポワッソンの括弧式を使って確かめよ。**

ヒント ― 正準変換と言うには易しすぎる変換。

問 5

A) **角運動量** $\vec{M}$ **及び磁気モーメント** $\vec{m}$ **を持つコマの磁場** $(0,0,H)$ **中での運動を調べよ。但し常に** $\vec{M}$ **と** $\vec{m}$ **は平行で、大きさは** $m=gM$ **であるとする(** g **は比例定数)。**

B) **また、解の形から、この系でも一種のラーモアの定理(但し、** $w=gH$ **)が成り立っていることを一言で説明せよ。**

C) **磁気モーメントが角運動量を持つことによって、運動が変るのはなぜか(角運動量を持たないと、揺れる方位磁石のように単振動する)。一言で答えよ。**

ヒント ― コマに働くトルク $\vec{T}$ **は** $\vec{m}\times\vec{H}=g\vec{m}\times\vec{M}$ **、剛体の運動方程式は** $\frac{d\vec{M}}{dt}=\vec{T}$ **である。** $\vec{M}$ **を成分表示し、各成分に対する微分方程式を解く。**

***コメントなどありましたらどうぞ(1 行)。**

解析力学'99, 後藤(gotoo-t@sophia.ac.jp)