1. 二次相転移におけるランダウの現象論

1.1. 【復習】

磁化（＝秩序変数）の大きさを$\langle S_z \rangle \equiv x$とおいて、$F(x) = x^4 - ax^2$という自由エネルギーを仮定しよう。ここで、$a$は温度に依存した定数で、これも、$a = \alpha_0 \cdot (T_{\mathrm{C}} - T)$と仮定。

$F(x)$を微分して、極値を与えるxの値を求めよう。但し、$T > T_{\mathrm{C}}$と、$T < T_{\mathrm{C}}$とに場合分けせよ。

1.2. 上問で、$x = 0$と、$x \neq 0$の解が、$F(x)$の極小か、極大かをチェックしよう。

1.3. $F(x)$が極小となる解に対応する、xの値の温度依存性をグラフに描け。

1.4. $T > T_{\mathrm{C}}$において、$F(x)$をポテンシャルだと思うと、xはふらふらと振動する。この「ゆらぎ」の周期の温度依存性を以下の手順で求めよう。

xの振動するのを調和振動だと思うと、$F(x)$のx^2の項の係数aが、バネ定数$\frac{1}{2}m\omega^2$になる。よって、求める周期は$T = \frac{2\pi}{\omega} \propto \frac{1}{\sqrt{a}}$である。この温度依存性を$T > T_{\mathrm{C}}$においてグラフに描け。

---

2. 一次相転移におけるランダウ現象論

自由エネルギー$F(x) = x^6 - bx^4 + ax^2$と仮定。bは一定で、aは$a = \alpha \cdot (T - T_{\mathrm{SC}})$と仮定。

ここで、α, T_{SC}は定数である。$F(x)$を微分して、極値を与えるxの値を求めよう。

但し、解は全部で5つある。$\left| b^2 \right| < 3a$かどうかで場合分けせよ。

3. $x = 0$のみが解となる温度条件を求めよ。注）$a = \alpha \cdot (T - T_{\mathrm{SC}})$である。

4. $x = 0$が極大となる温度条件を求めよ。

5. 前問 3 と 4 の間の温度域では、極小解が$x = 0$を含めて三つ現れることを示せ。そしてどれが最小であるかを、温度をいろいろ変えてグラフを描いて議論せよ。