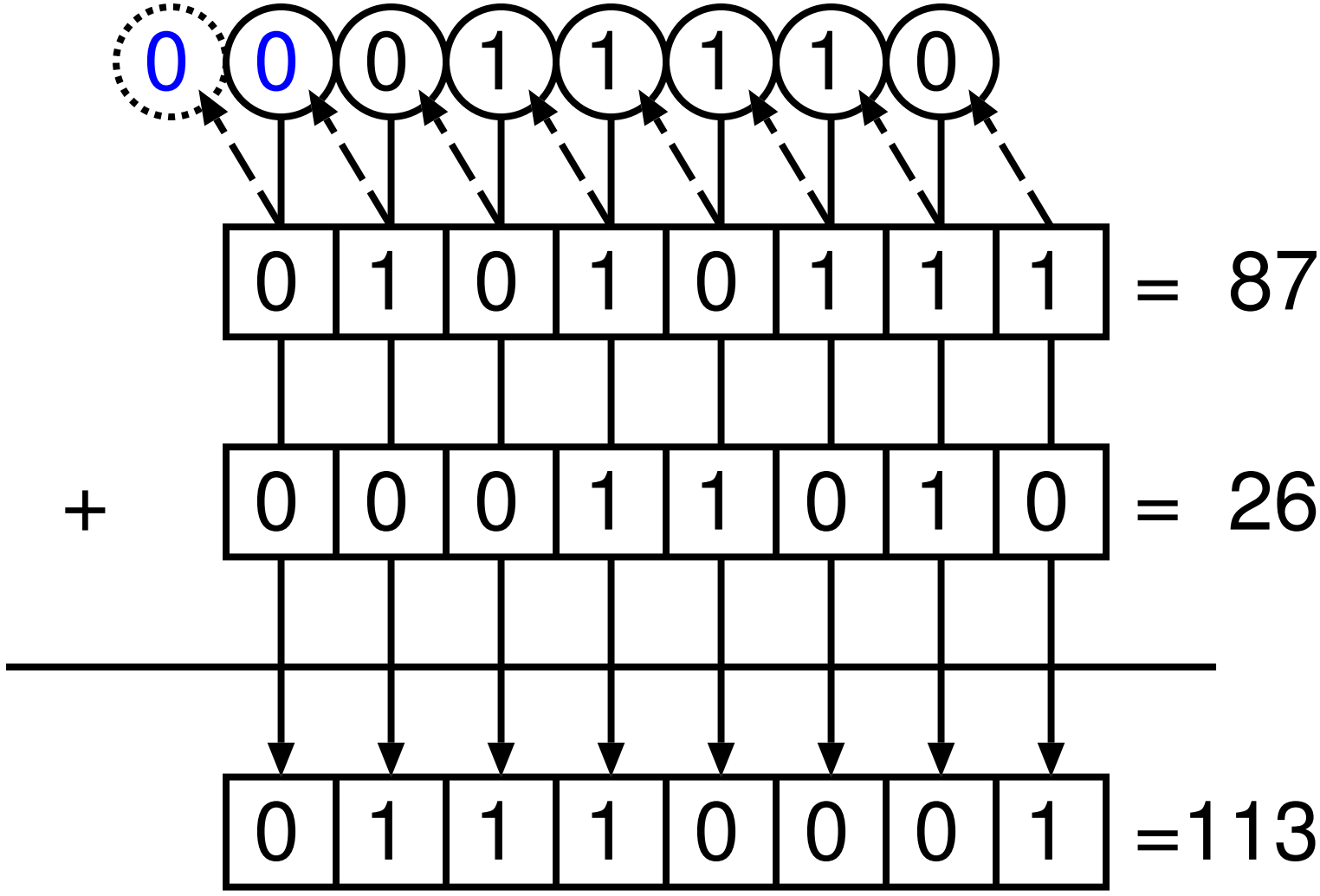
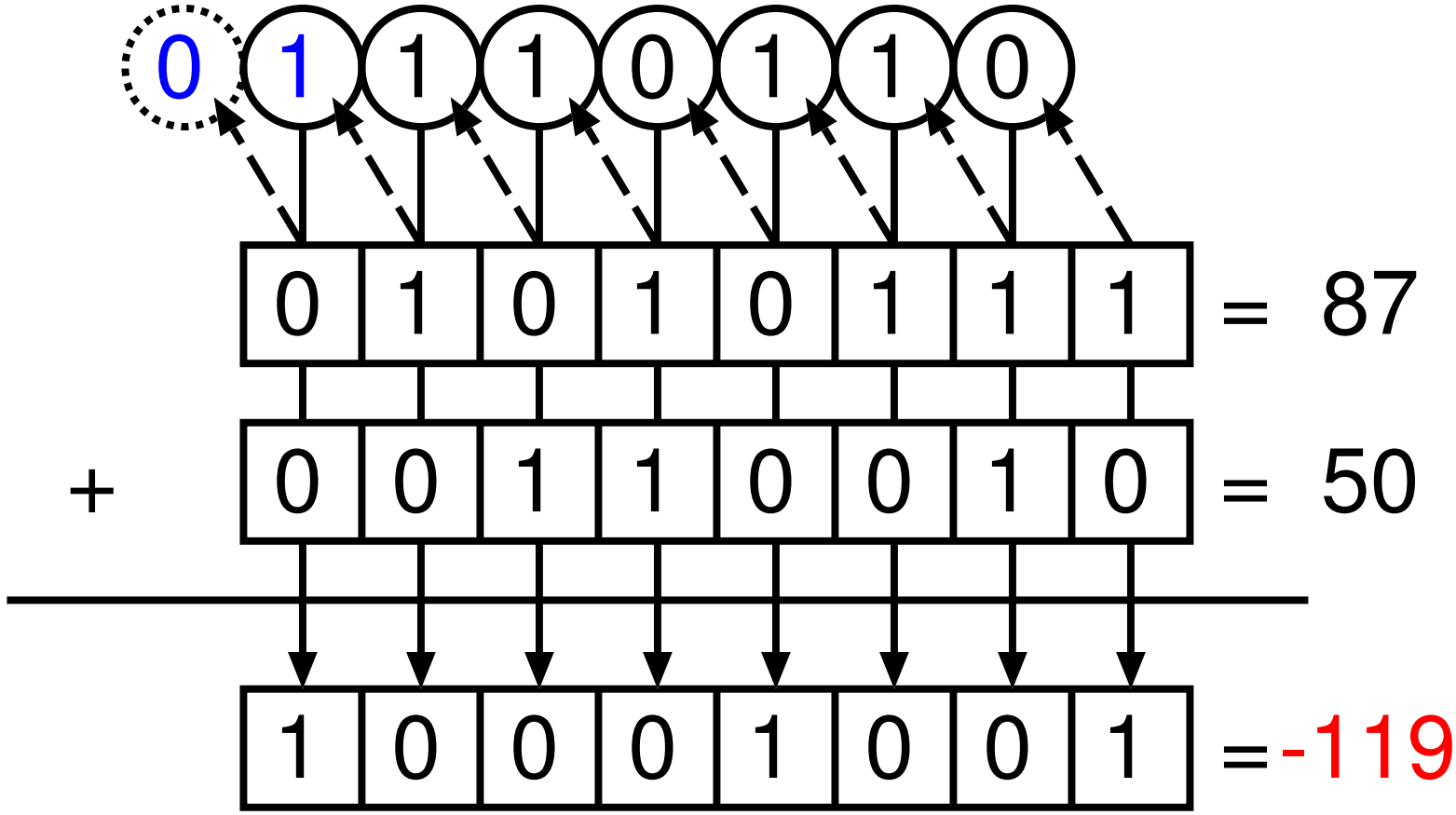
$87 + 26$



$87 + 50$



このような、

- **データ (bit 情報) の保持**
- **基本的な演算**

を計算機で実現するには ？

$\longrightarrow$ **「論理回路」**

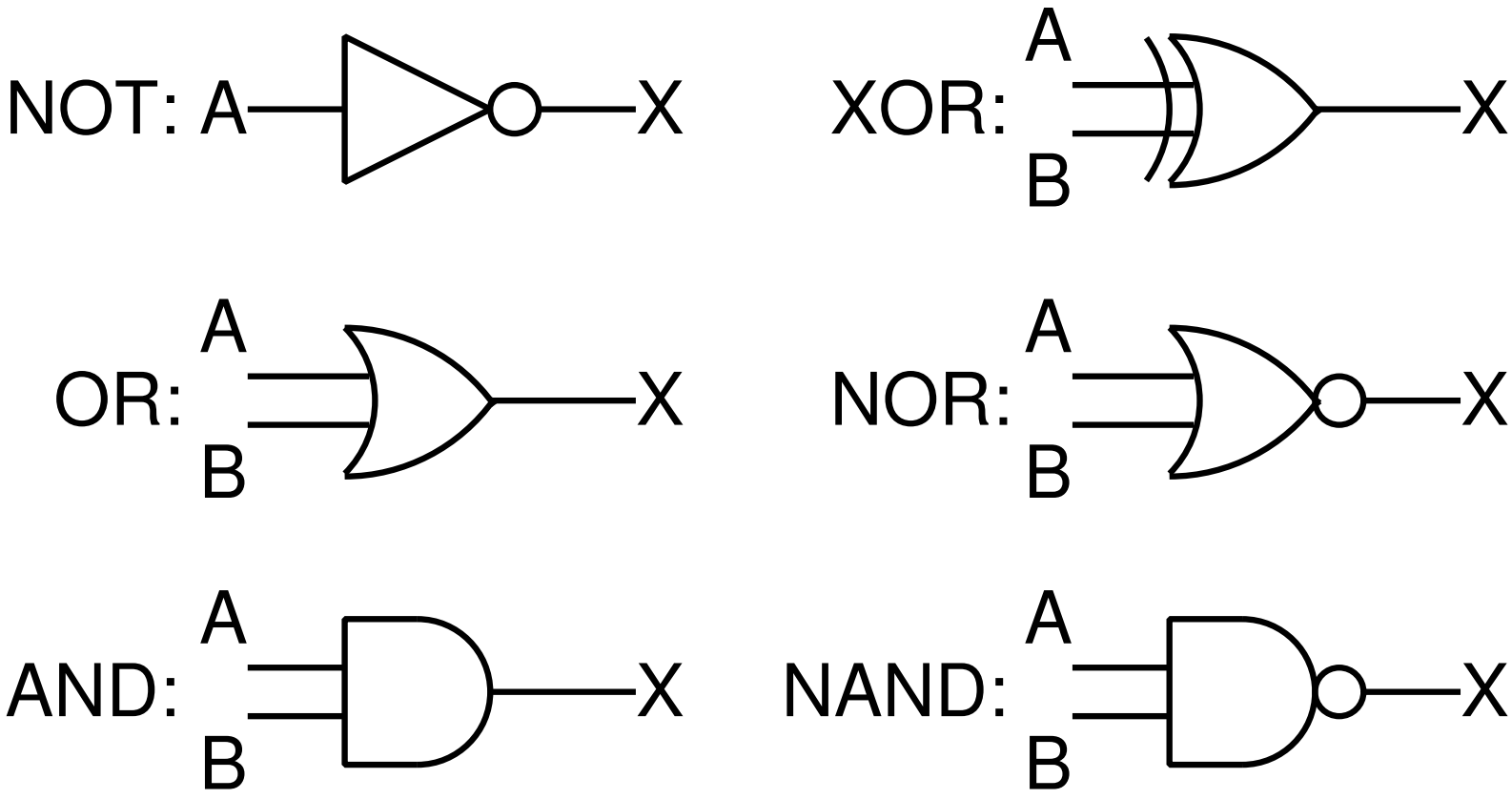
論理回路

- **組合せ回路:**
  入力 (の組) によって出力が決まる

- **順序回路:**
  内部状態を保持し、
  入力と入力前の状態とによって
  出力と出力後の状態とが決まる

論理回路の基本部品:
論理素子 (論理ゲート)

- NOT: **否定**： $\neg A$
- OR: **論理和**： $A \vee B$
- AND: **論理積**： $A \wedge B$
- XOR: **排他的論理和**：
  $A \oplus B = (A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B)$
- NOR: **論理和の否定**：
  $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$
- NAND: **論理積の否定**：
  $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$


NOT: A X
XOR: A B X
OR: A B X
NOR: A B X
AND: A B X
NAND: A B X

真理値表

NOT	X
0	1
1	0

OR	B	
	0	1
0	0	1
1	1	1

AND	B	
	0	1
0	0	0
1	0	1

XOR	B	
	0	1
0	0	1
1	1	0

NOR	B	
	0	1
0	1	0
1	0	0

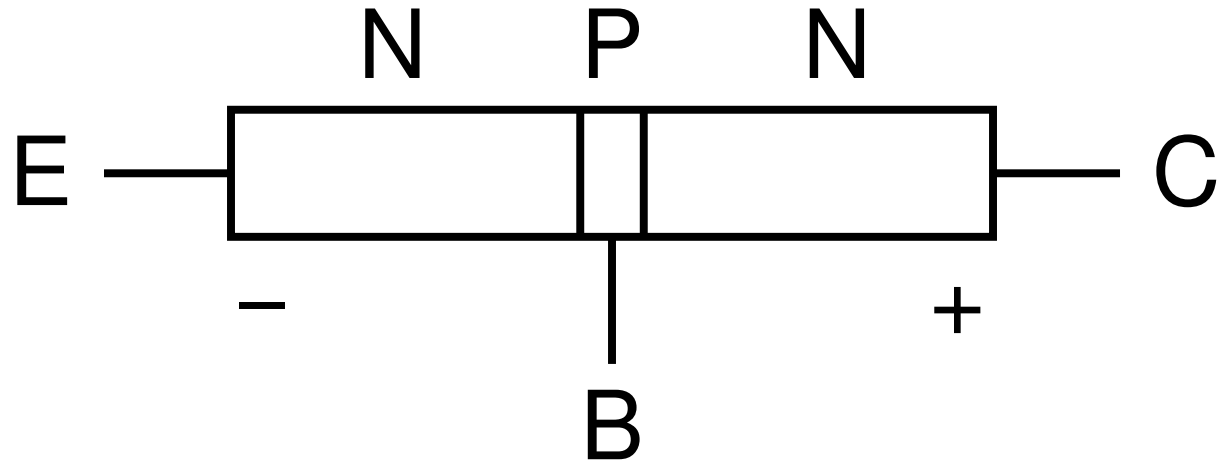
NAND	B	
	0	1
0	1	1
1	1	0

論理素子の物理的な実現:

- 電磁石 (リレー)
- 真空管
- 半導体素子 (トランジスタ)

トランジスタ (NPN 接合型) の仕組み:

ベース (B) の電位を制御することで、
エミッタ (E)-コレクタ (C) 間の電流が
大きく変化する



- **情報の増幅**
- **情報の伝達 (スイッチング)**

- **トランジスタ 1 つに適切に配線**
  $\longrightarrow$ NOT **ゲート**

- **トランジスタ 2 つを並列に接続**
  $\longrightarrow$ OR **ゲート**

- **トランジスタ 2 つを直列に接続**
  $\longrightarrow$ AND **ゲート**

これらの論理素子を組み合わせて、

基本的な演算を実現しよう。

組合せ回路:

入力 (の組) によって出力が決まる

n 入力 m 出力の回路は Boole 関数

$$f : X_f \longrightarrow \{0,1\}^m$$

(ここに $X_f \subset \{0,1\}^n$ は許される入力全体) を定める

組合せ回路 :

Boole 関数の論理素子による実現

NOT, OR, AND **のみで、**
全ての Boole 関数が実現できる

$$f(A_1, \ldots, A_n) = (X_{11} \wedge \cdots \wedge X_{1t_1}) \vee \cdots \vee (X_{s1} \wedge \cdots \wedge X_{st_s})$$

(各 X_{ij} **は** A_k **または** $\neg A_k$**)**

$\cdots$ **論理和標準形・選言標準形**
(disjunctive normal form, DNF)

双対的に、次の形でも書ける。

$$f(A_1, \ldots, A_n) = (X_{11} \vee \cdots \vee X_{1t_1}) \wedge \cdots \wedge (X_{s1} \vee \cdots \vee X_{st_s})$$

(各 X_{ij} は A_k または $\neg A_k$)

$\cdots$ **論理積標準形・連言標準形**
(conjunctive normal form, CNF)

- NOT, OR, AND **のみで、**
  全ての Boole 関数が実現できる

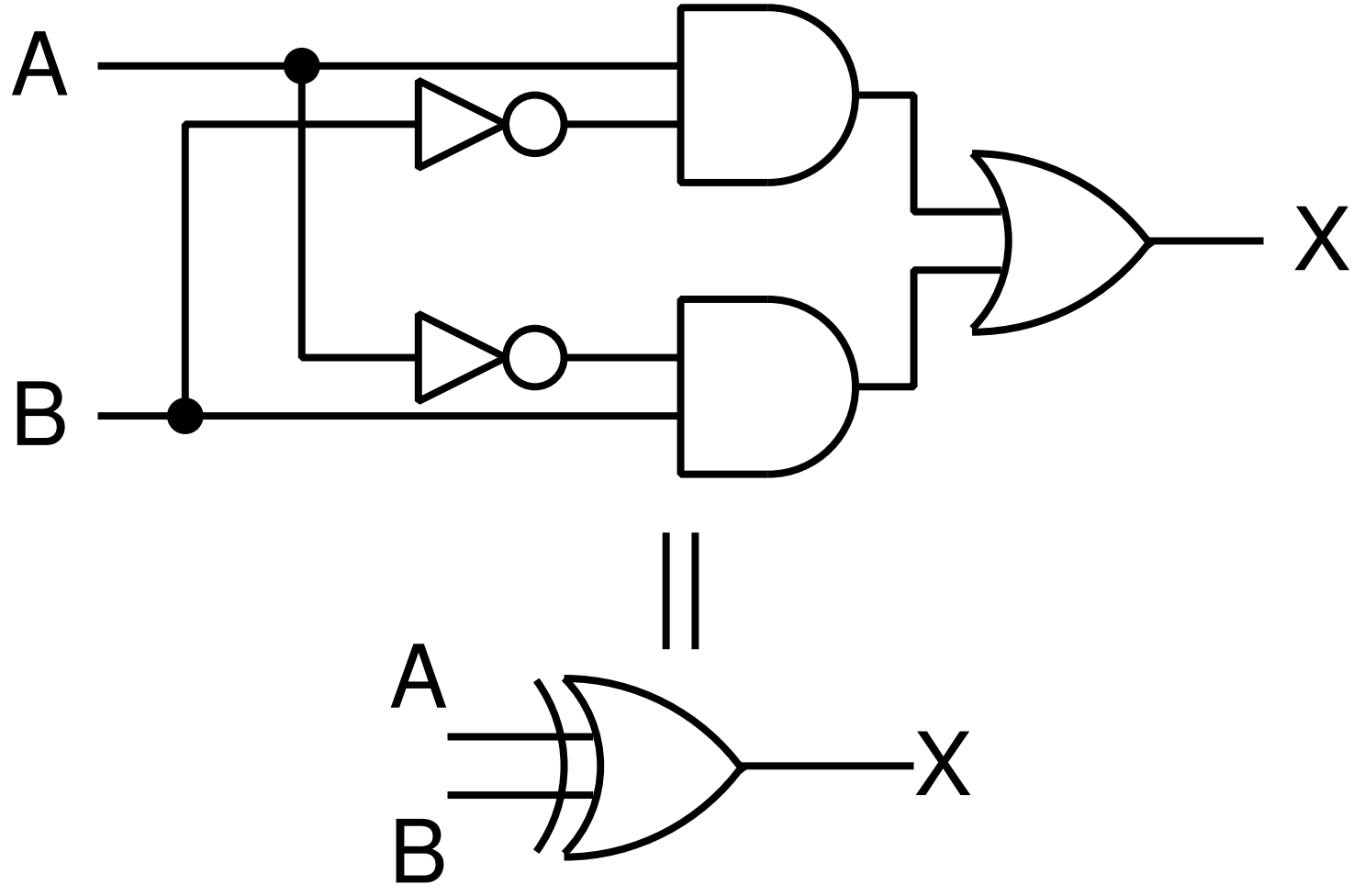
- NOT **があれば** OR, AND **は片方で良い**

- OR, AND **だけでは**
  全ての Boole 関数は実現できない

- **一種類の論理素子** NOR **または** NAND **だけで、全ての Boole 関数が実現できる**

以下では、
NOT, OR, AND **を用いた実現を考える。**

例: XOR



問題:

全加算器 (full adder) を、
NOT, OR, AND **を用いて構成せよ。**

- **入力: A,B:各桁の値,C:下からの繰上がり**
- **出力: X: 上への繰上がり, Y: 当桁の値**