

計算機

- アナログ計算機
 - ★ 関式計算 (計算図表・ノモグラム)
 - ★ 計算尺
- デジタル計算機
 - ★ プログラム機構方式
 - ★ プログラム入力方式
 - ★ プログラム内蔵方式
(von Neumann 方式)
- 量子計算機

計算機での情報の表し方

計算機内では

全てのデータは **0,1** の組 (列) で表される。

情報の最小単位:

0 か 1 か : **bit (binary digit)**

実際には幾つかの **bit** を組にして一度に扱う

(通常は 8 **bit** = 1 **byte (octet)**)

1 **byte** で $2^8 = 256$ 通りの値を表せる

計算機での数の表し方

計算機内の 0,1 の列を、
二進表記 (二進法) で数値として扱う

正の整数の場合、1 byte で

$$0 \leq x \leq 2^8 - 1 = 255$$

の範囲の値が表せる

十進 \longleftrightarrow 二進の変換

十進	二進
0	00000000
1	00000001
2	00000010
3	00000011
4	00000100
5	00000101
⋮	⋮
253	11111101
254	11111110
255	11111111

二進の九九 (一一?) の表

+	0	1
0	0	1
1	1	10

×	0	1
0	0	0
1	0	1

演習問題 1:

次の各式の被演算子 (operand) を
二進表記で表した上で、
それを用いて筆算で計算せよ。

(1) $87 + 26$

(2) $87 + 50$

(3) $87 - 26$

(4) 13×11

二進では桁数が多くて煩わしい

→ 十六進 (hexadecimal) 表記

十進	二進	十六進	十進	二進	十六進
0	0000	0	8	1000	8
1	0001	1	9	1001	9
2	0010	2	10	1010	a
3	0011	3	11	1011	b
4	0100	4	12	1100	c
5	0101	5	13	1101	d
6	0110	6	14	1110	e
7	0111	7	15	1111	f

十六進表記を示すのに、屢々0xを頭置する

十進	二進	十六進
0	00000000	0x00
1	00000001	0x01
2	00000010	0x02
3	00000011	0x03
4	00000100	0x04
5	00000101	0x05
⋮	⋮	⋮
253	11111101	0xfd
254	11111110	0xfe
255	11111111	0xff

練習問題 (レポート問題の一つ):

十六進の九九 (FF?) の表を作ってみよう

(出来ればプログラムを書いて作成)

	0	1	2	...	e	f
0						
1						
2						
⋮						
e						
f						

練習問題:

前回の演習問題を十六進で筆算せよ。

計算機での数の表し方

計算機の内部では、

1 つの整数値を 8 bit で表している。

$$\boxed{0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1} = 87$$

$$\boxed{0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0} = 26$$

$$\boxed{0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0} = 50$$

負の数 (符号付き整数) を表すには?
(- も 0,1 で表す)

単純に考えると、

- 符号に 1 bit (正なら 0・負なら 1)
- 絶対値に残り 7 bit ($0 \leq |x| \leq 2^7 - 1$)

→ 欠点あり

- 0 が 2 通りに表される (+0, -0)
- 演算で正負の場合分けが面倒

→ 他にもっと良い方法はないか?

負の数 (符号付き整数) を表すには?
(- も 0,1 で表す)

→ “ 2 の補数表示 ”

$$-128 = -2^7 \leq x \leq 2^7 - 1 = 127$$

の範囲の整数値が表せる

2 の補数表示

$$x' := \begin{cases} x & (0 \leq x \leq 2^7 - 1) \\ x + 2^8 & (-2^7 \leq x \leq -1) \end{cases}$$

とおくと、

$$0 \leq x' \leq 2^8 - 1$$

→ x' を符号無し整数として表す

$$x \equiv x' \pmod{2^8}$$

2 の補数表示

$$x' := \begin{cases} x & (0 \leq x \leq 2^7 - 1) \\ x + 2^8 & (-2^7 \leq x \leq -1) \end{cases}$$

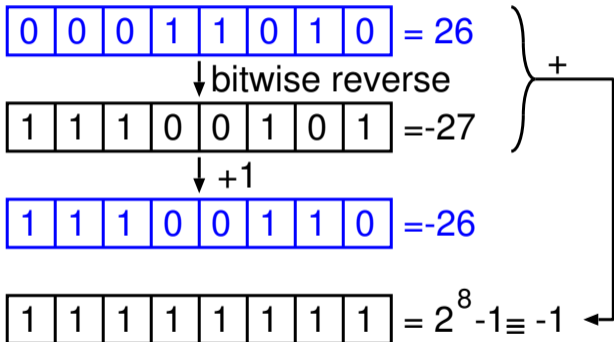
とおくと、

$$0 \leq x' \leq 2^8 - 1$$

→ x' を符号無し整数として表す

$$x \equiv x' \pmod{2^8}$$

x ($0 \leq x \leq 2^7 - 1$) から $-x$ を求めるには、



前回の演習問題での計算結果を、
2 の補数表示として読んでみよう

$-2^7 \leq x \leq 2^7 - 1$ の範囲の整数値が表せる

$87 + 26$

→ 結果が上の範囲に収まる

→ 正しく読み取れる

$87 + 50$

→ 結果が上の範囲に収まらない。

→ 正しく読み取れない・・・「桁溢れ」

前回の演習問題での計算結果を、
2 の補数表示として読んでみよう

$-2^7 \leq x \leq 2^7 - 1$ の範囲の整数値が表せる

$87 + 26$

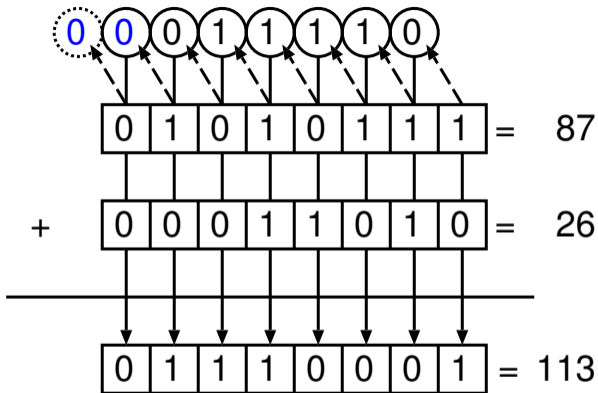
→ 結果が上の範囲に収まる

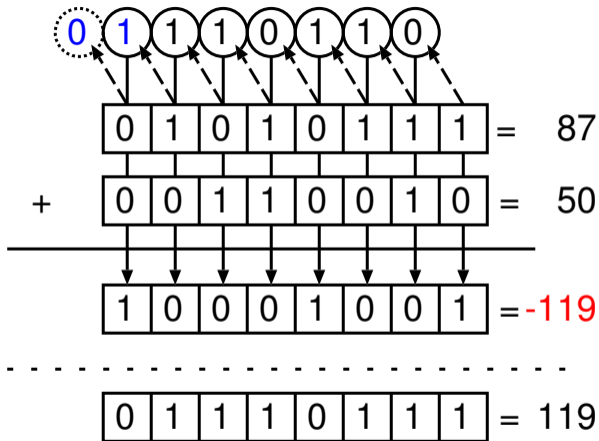
→ 正しく読み取れる

$87 + 50$

→ 結果が上の範囲に収まらない。

→ 正しく読み取れない... 「桁溢れ」





87 - 26

→ 減算を別の演算として扱うのは面倒

→ $87 + (-26)$ として計算してみよう

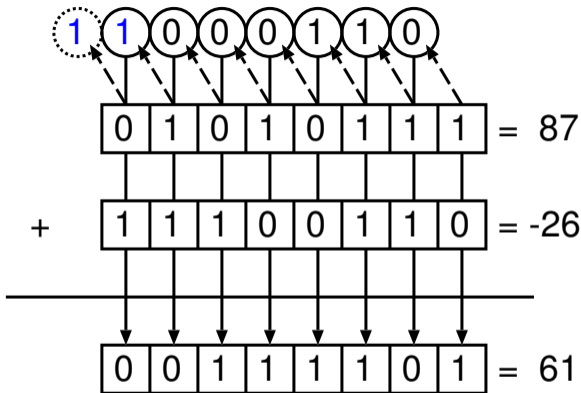
(1) -26 を 2 の補数表示で表す

(2) $87 + (-26)$ を

二進表記の筆算で (普通に) 足す

(3) 9 bit 目への繰上りは捨てて、

下 8 bit を取る



演習問題 2:

- (1) $\pm 87, \pm 50, \pm 26$ を、
8 bit の “2 の補数表示” で表せ。
- (2) 上の表示を用いて、次を筆算で計算せよ。
- 9bit 目への繰上りが発生するものは?
 - 桁溢れが発生しているものは?
- (1) $(+87) + (+26)$ (2) $(+87) + (-26)$
(3) $(-87) + (+26)$ (4) $(-87) + (-26)$
(5) $(+87) + (+50)$ (6) $(+87) + (-50)$
(7) $(-87) + (+50)$ (8) $(-87) + (-50)$
- (3) 桁溢れの発生を判定するには?

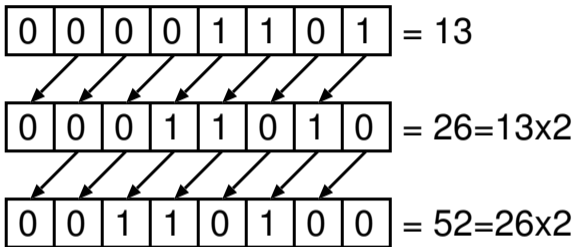
桁ずらし

$$13 \times 11$$

乗算は桁をずらして加える

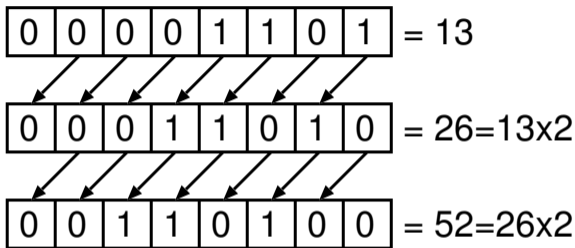
「桁ずらし (**bit shift**)」が基本的な操作

左シフト: $x \mapsto 2x$



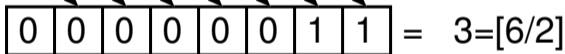
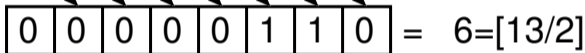
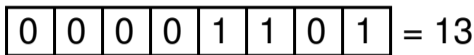
- 桁溢れの判定は？
- 負の数でも大丈夫か？

左シフト: $x \mapsto 2x$



- 桁溢れの判定は？
- 負の数でも大丈夫か？

右シフト: $x \mapsto \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor$



- 桁溢れは起きない。
- 負の数でも大丈夫にするには？
(符号 bit の扱い)

以上のような、

- データ (bit 情報) の保持
- 基本的な演算

を計算機で実現するには？

→ 「論理回路」

論理回路

- 組合せ回路:
入力 (の組) によって出力が決まる
→ 演算に用いる
- 順序回路:
内部状態を保持し、
入力と入力前の状態とによって
出力と出力後の状態とが決まる
→ データ (bit 情報) の保持に用いる

論理回路

- 組合せ回路:
入力 (の組) によって出力が決まる
→ 演算に用いる
- 順序回路:
内部状態を保持し、
入力と入力前の状態とによって
出力と出力後の状態とが決まる
→ データ (bit 情報) の保持に用いる

論理回路の基本部品: 論理素子 (論理ゲート)

- NOT: 否定 : $\neg A$
- OR: 論理和 : $A \vee B$
- AND: 論理積 : $A \wedge B$
- XOR: 排他的論理和 :
 $A \oplus B = (A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B)$
- NOR: 論理和の否定 :
 $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$
- NAND: 論理積の否定 :
 $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$