計算機

- アナログ計算機
  - ⋆ 図式計算 (計算図表・ノモグラム)
  - ⋆ 計算尺
- ディジタル計算機
  - ⋆ プログラム機構方式
  - ⋆ プログラム入力方式
  - ⋆ プログラム内蔵方式
    (von Neumann 方式)
- 量子計算機

計算機での情報の表し方

計算機内では

全てのデータは 0,1 の組 (列) で表される。

情報の最小単位:

0 か 1 か : bit (binary digit)

実際には幾つかの bit を組にして一度に扱う

(通常は 8 bit $= 1$ byte (octet))

1 byte で $2^8 = 256$ 通りの値を表せる

計算機での数の表し方

計算機内の 0,1 の列を、
二進表記 (二進法) で数値として扱う

正の整数の場合、1 byte で

$$0 \leq x \leq 2^8 - 1 = 255$$

の範囲の値が表せる

十進 $\longleftrightarrow$ 二進の変換

十進	二進
0	**00000000**
1	**00000001**
2	**00000010**
3	**00000011**
4	**00000100**
5	**00000101**
⋮	⋮
253	**11111101**
254	**11111110**
255	**11111111**

二進の九九 (一一?) の表

$+$	0	1
0	0	1
1	1	10

$\times$	0	1
0	0	0
1	0	1

演習問題 1:

次の各式の被演算子 (operand) を

二進表記で表した上で、

それを用いて筆算で計算せよ。

(1) $87 + 26$

(2) $87 + 50$

(3) $87 - 26$

(4) 13×11

二進では桁数が多くて煩わしい

$\longrightarrow$ 十六進 (hexadecimal) 表記

十進	二進	十六進
0	**0000**	0
1	**0001**	1
2	**0010**	2
3	**0011**	3
4	**0100**	4
5	**0101**	5
6	**0110**	6
7	**0111**	7

十進	二進	十六進
8	**1000**	8
9	**1001**	9
10	**1010**	a
11	**1011**	b
12	**1100**	c
13	**1101**	d
14	**1110**	e
15	**1111**	f

十六進表記を示すのに、屡々0x を頭置する

十進	二進	十六進
0	**00000000**	0x00
1	**00000001**	0x01
2	**00000010**	0x02
3	**00000011**	0x03
4	**00000100**	0x04
5	**00000101**	0x05
⋮	⋮	⋮
253	**11111101**	0xfd
254	**11111110**	0xfe
255	**11111111**	0xff

練習問題 (レポート問題の一つ):

十六進の九九 (FF?) の表を作ってみよう

(出来ればプログラムを書いて作成)

	0	1	2	⋯	e	f
0						
1						
2						
⋮						
e						
f						

練習問題:

前回の演習問題を十六進で筆算せよ。

計算機での数の表し方

計算機の内部では、

1 **つの整数値を** 8 **bit で表している。**

0	1	0	1	0	1	1	1	= 87

0	0	0	1	1	0	1	0	= 26

0	0	1	1	0	0	1	0	= 50

負の数 (符号付き整数) を表すには?

($-$ も 0,1 で表す)

単純に考えると、

- **符号に 1 bit (正なら 0・負なら 1)**
- **絶対値に残り 7 bit ($0 \leq |x| \leq 2^7 - 1$)**

$\longrightarrow$ **欠点あり**

- 0 **が** 2 **通りに表される** ($+0, -0$)
- **演算で正負の場合分けが面倒**

$\longrightarrow$ **他にもっと良い方法はないか?**

負の数 (符号付き整数) を表すには?
($-$ も 0,1 で表す)

$\longrightarrow$ “ 2 の補数表示 ”

$$-128 = -2^7 \leq x \leq 2^7 - 1 = 127$$

の範囲の整数値が表せる

2 の補数表示

$$x' := \begin{cases} x & (0 \le x \le 2^7 - 1) \\ x + 2^8 & (-2^7 \le x \le -1) \end{cases}$$

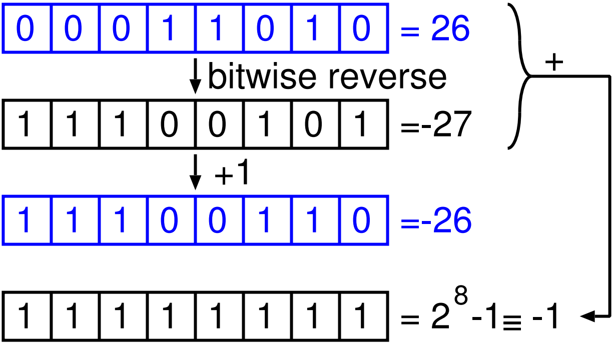
とおくと、

$$0 \le x' \le 2^8 - 1$$

$\longrightarrow x'$ を符号無し整数として表す

$$\boxed{x \equiv x' \pmod{2^8}}$$

x ($0 \leq x \leq 2^7 - 1$) から $-x$ を求めるには、

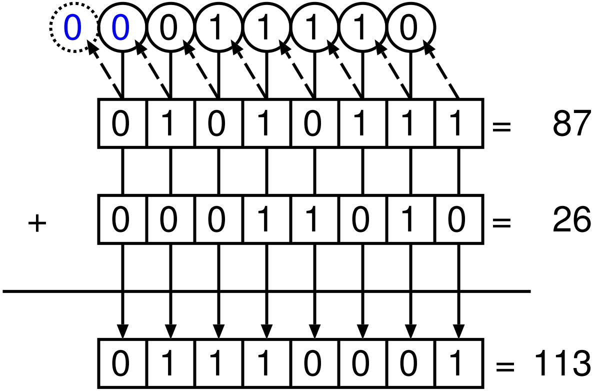


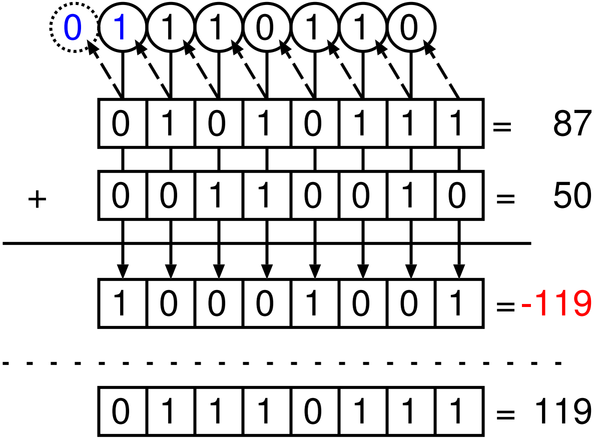
前回の演習問題での計算結果を、2 の補数表示として読んでみよう

$-2^7 \leq x \leq 2^7 - 1$ **の範囲の整数値が表せる**

$87 + 26$
$\longrightarrow$ **結果が上の範囲に収まる**
$\longrightarrow$ **正しく読み取れる**

$87 + 50$
$\longrightarrow$ **結果が上の範囲に収まらない。**
$\longrightarrow$ **正しく読み取れない** $\cdots$ **「桁溢れ」**


0 0 0 1 1 1 1 0
0 1 0 1 0 1 1 1 = 87
+ 0 0 0 1 1 0 1 0 = 26
0 1 1 1 0 0 0 1 = 113

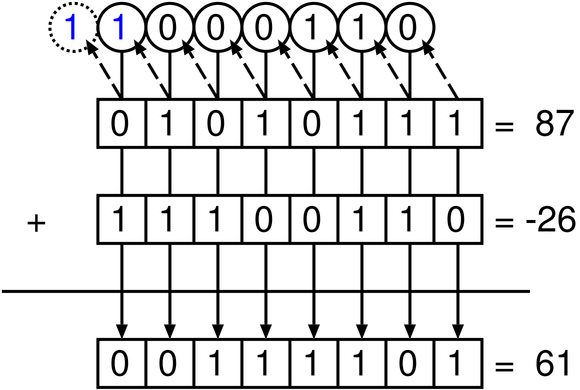

0 1 1 1 0 1 1 0
0 1 0 1 0 1 1 1 = 87
+ 0 0 1 1 0 0 1 0 = 50
1 0 0 0 1 0 0 1 = -119
0 1 1 1 0 1 1 1 = 119

$87 - 26$

$\longrightarrow$ **減算を別の演算として扱うのは面倒**

$\longrightarrow$ $87 + (-26)$ **として計算してみよう**

(1) -26 **を** 2 **の補数表示で表す**
(2) $87 + (-26)$ **を**
二進表記の筆算で (普通に) 足す
(3) 9 **bit 目への繰上がりは捨てて、**
下 8 **bit を取る**


1 1 0 0 0 1 1 0
0 1 0 1 0 1 1 1 = 87
+
1 1 1 0 0 1 1 0 = -26
0 0 1 1 1 1 0 1 = 61

演習問題 2:

(1) $\pm 87, \pm 50, \pm 26$ を、8 bit の “2 の補数表示” で表せ。

(2) 上の表示を用いて、次を筆算で計算せよ。

- 9bit 目への繰上がりが発生するものは?
- 桁溢れが発生しているものは?

(1) $(+87)+(+26)$ **(2)** $(+87)+(-26)$
(3) $(-87)+(+26)$ **(4)** $(-87)+(-26)$
(5) $(+87)+(+50)$ **(6)** $(+87)+(-50)$
(7) $(-87)+(+50)$ **(8)** $(-87)+(-50)$

(3) 桁溢れの発生を判定するには?

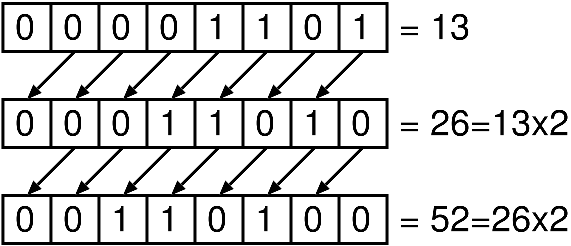
桁ずらし

13×11

乗算は桁をずらして加える

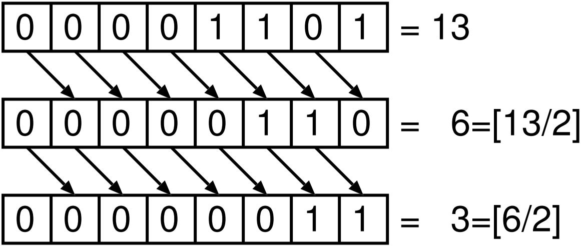
「桁ずらし (bit shift)」が基本的な操作

<u>左シフト</u>: $x \longmapsto 2x$



- **桁溢れの判定は？**
- **負の数でも大丈夫か？**

右シフト: $x \longmapsto \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor$



- **桁溢れは起きない。**
- **負の数でも大丈夫にするには ?**
  (符号 bit の扱い)

以上のような、

- データ (bit 情報) の保持
- 基本的な演算

を計算機で実現するには？

$\longrightarrow$ 「**論理回路**」

論理回路

- 組合せ回路:
  入力 (の組) によって出力が決まる
  $\longrightarrow$ 演算に用いる

- 順序回路:
  内部状態を保持し、
  入力と入力前の状態とによって
  出力と出力後の状態とが決まる
  $\longrightarrow$ データ (bit 情報) の保持に用いる

論理回路の基本部品: **論理素子 (論理ゲート)**

- NOT: **否定**: $\neg A$
- OR: **論理和**: $A \vee B$
- AND: **論理積**: $A \wedge B$
- XOR: **排他的論理和**:
  $A \oplus B = (A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B)$
- NOR: **論理和の否定**:
  $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$
- NAND: **論理積の否定**:
  $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$