表ソフト(作表・表計算)

$\longrightarrow$ **“MS-Excel” を使う**

表ソフトの表計算機能はそれなりに強力で、
結構色々なことが出来る

という訳で、今回は、

表ソフトで数理実験

をして遊ぼう!!

現象

- 自然現象 $\longrightarrow$ 自然科学
- 社会現象 $\longrightarrow$ 社会科学
- 人文現象 $\longrightarrow$ 人文科学・文学
- 数理現象 $\longrightarrow$ 数理科学・数学

数理実験の準備

- **起動**: [スタート] ⟶ [プログラム] ⟶ [Applications] ⟶ [Excel2007]
  (新規ファイル (Excel Book) が開いている)
- **名前を付けて保存**: [F12] または [Office ボタン] ⟶ [名前を付けて保存]
  `A0nxxyyy-1207(.xlsx)` (**半角英数字で!!**)
  (自分の学生番号-今日の日付)

途中での保存は、

- **上書き保存**: [Ctrl+s] または [Office ボタン] ⟶ [上書き保存] で良い (適宜保存せよ)

本日のお品書き

- $\sqrt{2}$ を求める
- うさぎ算 (Fibonacci 数列)
- 個体数変化の数理モデル
- 九九の表
- 二項係数 (Pascal の三角形)

$\sqrt{2}$ を求める

用意されている平方根関数を用いて

適当なセルで `=SQRT(2)`
(square root = 平方根)

とすれば良いのだが、ここでは
四則演算の繰返しで近似計算してみよう

- `A1` に `1`
- `A2` に `=(A1+2/A1)/2` として、下にコピー
  (`10` くらいまでで良いかな)
- (検算) `B1` に `=A1^2` として、下にコピー

$\sqrt{2}$ を求める

用意されている平方根関数を用いて

適当なセルで =SQRT(2)
(square root = 平方根)

とすれば良いのだが、ここでは
四則演算の繰返しで近似計算してみよう

- A1 に 1
- A2 に =(A1+2/A1)/2 として、下にコピー
(10 くらいまでで良いかな)
- (検算) B1 に =A1^2 として、下にコピー

$\sqrt{2}$ を求める

- `A1` に `1`
- `A2` に `=(A1+2/A1)/2` として、下にコピー
  (`10` くらいまでで良いかな)
- (検算) `B1` に `=A1^2` として、下にコピー

この原理:

- $a = \sqrt{2}$ なら $a = \dfrac{2}{a}$
- $a \neq \dfrac{2}{a}$ なら、平均を取れば近付くだろう

$\sqrt{2}$ を求める

小数点以下の表示桁数を増やしてみると

1.41421356237309000000

内部で保持している計算結果は有限の桁数で、それ未満は精密な値ではない (丸め誤差)

丸め誤差がなければ延々と値は変わって $\sqrt{2}$ に近付いていくが、

或る程度落ち着いたら近似値として良いだろう
$\longrightarrow$ この時の誤差: 打切誤差

$\sqrt{2}$ を求める

小数点以下の表示桁数を増やしてみると

1.41421356237309000000

内部で保持している計算結果は有限の桁数で、それ未満は精密な値ではない (丸め誤差)

丸め誤差がなければ延々と値は変わって $\sqrt{2}$ に近付いていくが、

或る程度落ち着いたら近似値として良いだろう $\longrightarrow$ この時の誤差: 打切誤差

$\sqrt{2}$ を求める

小数点以下の表示桁数を増やしてみると

1.41421356237309000000

内部で保持している計算結果は有限の桁数で、それ未満は精密な値ではない (丸め誤差)

丸め誤差がなければ延々と値は変わって $\sqrt{2}$ に近付いていくが、

或る程度落ち着いたら近似値として良いだろう $\longrightarrow$ この時の誤差: 打切誤差

$\sqrt{2}$ を求める

誤差:

- **測定誤差**
- **計算誤差**
  - $\star$ **丸め誤差 (四捨五入による誤差)**
  - $\star$ **打切誤差 (計算を途中で打切る誤差)**

測定の精度より細かい値は意味がない

やたら長い桁の数値を持ち出す人には注意!!
(数字に強いが数理に弱い?)

$\sqrt{2}$ を求める

誤差:

- **測定誤差**
- **計算誤差**
  - ⋆ **丸め誤差 (四捨五入による誤差)**
  - ⋆ **打切誤差 (計算を途中で打切る誤差)**

測定の精度より細かい値は意味がない

やたら長い桁の数値を持ち出す人には注意!!
(数字に強いが数理に弱い?)

$\sqrt{2}$ を求める

誤差:

- **測定誤差**
- **計算誤差**
  - ⋆ **丸め誤差 (四捨五入による誤差)**
  - ⋆ **打切誤差 (計算を途中で打切る誤差)**

測定の精度より細かい値は意味がない

やたら長い桁の数値を持ち出す人には注意!!
(数字に強いが数理に弱い?)

うさぎ算

次のシートに移ろう (左下のタブをクリック)

- **1 月に子うさぎが 1 対 (つがい) いる**
- **子うさぎは子を産まない**
- **生まれて 2 月目には親うさぎになる**
- **親うさぎ 1 対は子うさぎを 1 対産む**

1 年後には何対になるだろうか ?

うさぎ算

月	子	親	合計
1	1	0	1
2	0	1	1
3	1	1	2
4	1	2	3
5	2	3	5
6	3	5	8
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$

$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ **(直前の** 2 **項の和)**

$\longrightarrow$ **Fibonacci 数列**

うさぎ算

月	子	親	合計
1	1	0	1
2	0	1	1
3	1	1	2
4	1	2	3
5	2	3	5
6	3	5	8
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$

$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ **(直前の** 2 **項の和)**

$\longrightarrow$ **Fibonacci 数列**

うさぎ算

月	子	親	合計
1	1	0	1
2	0	1	1
3	1	1	2
4	1	2	3
5	2	3	5
6	3	5	8
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$

$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ **(直前の 2 項の和)**

$\longrightarrow$ **Fibonacci 数列**

うさぎ算

月	子	親	合計
1	1	0	1
2	0	1	1
3	1	1	2
4	1	2	3
5	2	3	5
6	3	5	8
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$

$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ **(直前の 2 項の和)**

$\longrightarrow$ **Fibonacci 数列**

うさぎ算

月	子	親	合計
1	1	0	1
2	0	1	1
3	1	1	2
4	1	2	3
5	2	3	5
6	3	5	8
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$

$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ **(直前の** 2 **項の和)**

$\longrightarrow$ **Fibonacci 数列**

うさぎ算

月	子	親	合計
1	1	0	1
2	0	1	1
3	1	1	2
4	1	2	3
5	2	3	5
6	3	5	8
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$

$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ **(直前の 2 項の和)**

$\longrightarrow$ **Fibonacci 数列**

うさぎ算 (Fibonacci 数列)

- $a_1 = a_2 = 1$
- $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ $(n \geq 3)$

これを表ソフトで計算しよう

- `A1` と `A2` とに `1`
- `A3` に `=A2+A1` として、下にコピー

どんな風に増えるか？ 直前の何倍くらい？

- `B2` に `=A2/A1` として、下にコピー

大体 1.618034 倍くらいに増えるようだ

うさぎ算 (Fibonacci 数列)

- $a_1 = a_2 = 1$
- $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ $(n \geq 3)$

これを表ソフトで計算しよう

- `A1` と `A2` とに `1`
- `A3` に `=A2+A1` として、下にコピー

どんな風に増えるか？ 直前の何倍くらい？

- `B2` に `=A2/A1` として、下にコピー

大体 1.618034 倍くらいに増えるようだ

うさぎ算 (Fibonacci 数列)

- $a_1 = a_2 = 1$
- $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ $(n \geq 3)$

これを表ソフトで計算しよう

- `A1` と `A2` とに `1`
- `A3` に `=A2+A1` として、下にコピー

どんな風に増えるか？ 直前の何倍くらい？

- `B2` に `=A2/A1` として、下にコピー

大体 1.618034 倍くらいに増えるようだ

うさぎ算 (Fibonacci 数列)

大体 1.618034 **倍くらいに増えるようだ**

実は、

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right)$$

で、

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} \fallingdotseq 1.618034 \qquad \cdots \textbf{黄金比}$$

うさぎ算 (Fibonacci 数列)

黄金比・黄金分割

$$\tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.61803398\cdots$$

- **自然界の様々な所に表れる比**
- **人間はこの比を美しいと感じるようだ**
- $\tau : 1 = 1 : (\tau - 1)$

参考: $\sqrt{2} : 1 = 1 : \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\cdots$ **白銀比**

参考: ねずみ算 というのもある
(塵劫記 $\cdots$ 江戸時代の数学書)

- 1 月にねずみが 1 対いる
- 親ねずみ 1 対は子ねずみを 1 対産む
  (塵劫記の問題では 6 対)
- 生まれて 1 月目には親ねずみになる

1 年後には何対になるだろうか ?

$a_{n+1} = 2a_n$: 等比数列
(現在の個体数に比例して増える)

参考: ねずみ算 というのもある
(塵劫記 $\cdots$ 江戸時代の数学書)

- **1 月にねずみが 1 対いる**
- **親ねずみ 1 対は子ねずみを 1 対産む**
  (塵劫記の問題では 6 対)
- **生まれて 1 月目には親ねずみになる**

1 年後には何対になるだろうか？

$$a_{n+1} = 2a_n$$ **: 等比数列**
(現在の個体数に比例して増える)

個体数変化の数理モデル

次のシートに移ろう (左下のタブをクリック)

“現在の個体数に比例して増える” として、
どんな風に増えるか観察してみよう
… 数理モデル

- `A1` **に** `0.01`
- `A2` **に** `=2*A1` **として、下にコピー**
  (大体 20 〜 30 くらいまでで良いかな)

⟶ **あっと言う間に増える**

個体数変化の数理モデル

次のシートに移ろう (左下のタブをクリック)

“現在の個体数に比例して増える” として、どんな風に増えるか観察してみよう
$\cdots$ **数理モデル**

- `A1` **に** `0.01`
- `A2` **に** `=2*A1` **として、下にコピー**
  (大体 20 〜 30 **くらいまでで良いかな)**
  $\longrightarrow$ **あっと言う間に増える**

個体数変化の数理モデル

実際には資源 (食糧・空間) が有限なので、多くなると成長にブレーキが掛かる (より精密と思われるモデル)

- A1 に 0.01
- A2 に =2*A1*(1-0.01*A1) として、下にコピー (大体 20 〜 30 くらいまでで良いかな)

⟶ 頭打ちになる

個体数変化の数理モデル

**実際には資源 (食糧・空間) が有限なので、
多くなると成長にブレーキが掛かる
(より精密と思われるモデル)**

- `A1` に `0.01`
- `A2` に `=2*A1*(1-0.01*A1)` として、
下にコピー
(大体 20 〜 30 くらいまでで良いかな)

$\longrightarrow$ **頭打ちになる**

グラフの作成・挿入

グラフを書いてみよう

範囲指定 ⟶ リボンメニューの [挿入][グラフ]
⟶ グラフの種類・体裁を選択

種類を適切に選択せよ

- **棒グラフ: 分量の比較**
- **折れ線グラフ: 分量の変化**
- **円グラフ: 分量の割合**
- **レーダーグラフ: 分量のバランス**

など

個体数変化の数理モデル

- A1 に 0.01
- A2 に =2*A1*(1-0.01*A1) として、下にコピー

グラフを書いてみよう → ロジスティック曲線

範囲指定 (ここでは列指定でも可) → リボンメニューの [挿入][グラフ]

ここではグラフの種類は何にすべき ?

個体数変化の数理モデル

- A1 に 0.01
- A2 に =2*A1*(1-0.01*A1) として、
下にコピー

グラフを書いてみよう $\longrightarrow$ ロジスティック曲線

範囲指定 (ここでは列指定でも可)
$\longrightarrow$ リボンメニューの [挿入][グラフ]

ここではグラフの種類は何にすべき ?

個体数変化の数理モデル

パラメタを色々変えてみたい

- `A1` に `0.01`
- `C1` に `2`
- `C2` に `0.01`
- `A2` を `=$C$1*A1*(1-$C$2*A1)` として、下にコピー

これで `C1`, `C2` を変えると自動的に変わる

色々試してみよう

個体数変化の数理モデル

更に実際には、直前の世代だけではなくて、
もう一世代前のツケを払っている、
というモデルの方が近いとも言われている

- `A1` に `0.01`
- `C1` に `2`
- `C2` に `0.01`
- `A2` を `=$C$1*A1*(1-$C$2*A1)` (同じ)
- `A3` を `=$C$1*A2*(1-$C$2*(A2+A1))`

として、下にコピー

どうなるだろうか？

九九の表

次のシートに移ろう (左下のタブをクリック)

まず、1 から 9 までのデータを作るには $\cdots$

	1	2	3	$\cdots$	9
1					
2					
3					
$\vdots$					
9					

$1, 2, 3, \ldots$ **と入力するのは面倒だ**

九九の表

1 から 9 までのデータを作るには ···

A2 を 1 とした後、

- A3 に =A2+1 として、A10 まで下にコピー
- 範囲指定 ⟶ リボンメニューの [編集][フィル (↓)] ⟶ [連続データの作成]
- セルの右下隅を摘んで [Ctrl ＋下にドラッグ]

同様に B1 を 1 とした後、

- C1 に =B1+1 として、J1 まで右にコピー
- 範囲指定 ⟶ リボンメニューの [編集][フィル (↓)] ⟶ [連続データの作成]
- セルの右下隅を摘んで [Ctrl ＋右にドラッグ]

九九の表

1 から 9 までのデータを作るには ···

A2 を 1 とした後、

- A3 に =A2+1 として、A10 まで下にコピー
- 範囲指定 ⟶ リボンメニューの [編集][フィル (↓)] ⟶ [連続データの作成]
- セルの右下隅を摘んで [Ctrl ＋下にドラッグ]

同様に B1 を 1 とした後、

- C1 に =B1+1 として、J1 まで右にコピー
- 範囲指定 ⟶ リボンメニューの [編集][フィル (↓)] ⟶ [連続データの作成]
- セルの右下隅を摘んで [Ctrl ＋右にドラッグ]

九九の表

1 から 9 までのデータを作るには ···

A2 を 1 とした後、

- A3 に =A2+1 として、A10 まで下にコピー
- 範囲指定 ⟶ リボンメニューの [編集][フィル (↓)] ⟶ [連続データの作成]
- セルの右下隅を摘んで [Ctrl ＋下にドラッグ]

同様に B1 を 1 とした後、

- C1 に =B1+1 として、J1 まで右にコピー
- 範囲指定 ⟶ リボンメニューの [編集][フィル (↓)] ⟶ [連続データの作成]
- セルの右下隅を摘んで [Ctrl ＋右にドラッグ]

九九の表

A2:A10 と B1:J1 とに
1 から 9 までのデータが入った

B2 にどういう数式を入れたら、
それを B2:J10 の範囲にコピーして
「九九」の表になるか ?

(ヒント: 相対参照・絶対参照)

九九の表

折角の表なので、少し見栄えをいじってみよう

縦横の大きさの調整:

- **行の高さ: 行範囲指定**
  $\longrightarrow$ [右クリック][行の高さ]
  または、行の境界線をマウスで調整
- **列の幅: 列範囲指定**
  $\longrightarrow$ [右クリック][列の幅]
  または、列の境界線をマウスで調整

九九の表

罫線を引いてみよう

範囲指定

$\longrightarrow$ **[右クリック][セルの書式指定][罫線]**
または、リボンメニューの [フォント][罫線]

例:

- **基本は細線**
- **外枠は太線**
- **乗数・被乗数と積との境**
  (題目と項目との境) も太線
- **左上は斜線**

九九の表

16 以上の値を強調表示してみよう

$\longrightarrow$ **条件付き書式**

範囲指定 $\longrightarrow$
リボンメニューの [スタイル][条件付き書式]
[セルの強調表示ルール][指定の値より大きい]
$\longrightarrow$ 値を指定

他にも、ここでは
[カラースケール] なども面白いかも

二項係数 (Pascal の三角形)

次のシートに移ろう (左下のタブをクリック)

二項係数 (組合せの数):

$${}_nC_k = {}_{n-1}C_k + {}_{n-1}C_{k-1}$$

- `A1` **を** `1` **として、下にコピー (セルの右下隅を摘んで [下にドラッグ])**
- `B1` **を** `0` **として、右にコピー (セルの右下隅を摘んで [右にドラッグ])**
- `B2` **を** `=B1+A1` **として、全体にコピー (画面に見えるくらいの範囲で良い)**

二項係数 (Pascal の三角形)

偶数のセルを色で塗りつぶして表示してみよう

⟶ **条件付き書式**

範囲指定 (今は全範囲指定で可) ⟶
リボンメニューの [スタイル][条件付き書式]
[セルの強調表示ルール][その他のルール]
[数式を使用して、書式設定するセルを決定]

- 数式: `=MOD(A1,2)=0`
- 書式: [塗りつぶし] で適当な色を指定

結構面白い?

二項係数 (Pascal の三角形)

偶数のセルを色で塗りつぶして表示してみよう
⟶ 条件付き書式

範囲指定 (今は全範囲指定で可) ⟶
リボンメニューの [スタイル][条件付き書式]
[セルの強調表示ルール][その他のルール]
[数式を使用して、書式設定するセルを決定]

- **数式:** `=MOD(A1,2)=0`
- **書式: [塗りつぶし] で適当な色を指定**

結構面白い?

二項係数 (Pascal の三角形)

偶数のセルを色で塗りつぶして表示してみよう
⟶ 条件付き書式

範囲指定 (今は全範囲指定で可) ⟶
リボンメニューの [スタイル][条件付き書式]
[セルの強調表示ルール][その他のルール]
[数式を使用して、書式設定するセルを決定]

- **数式:** `=MOD(A1,2)=0`
- **書式: [塗りつぶし] で適当な色を指定**

結構面白い?

二項係数 (Pascal の三角形)

偶数のセルを色で塗りつぶして表示してみよう
⟶ 条件付き書式

```
=MOD(A1,2)=0
```

`MOD` **: 割った余りを答える関数 (modulo)**

セルの参照は
指定範囲の左上セルに設定するつもりで
(他のセルにも相対指定の要領で適用される)

(余談) “法 (modulus)” という用語について

7 を 3 で割ると、2 が立って余り 1

$$\begin{array}{ccccccccc} 7 & = & 3 & \times & 2 & + & 1 \\ \text{実} & & \text{法} & & \text{商} & & \text{余} \end{array}$$

割る数・基準・単位になるもの・沿うべきもの

“のり”
(典・徳・法・紀・憲・則・範・規・儀・教)

(余談) “法 (modulus)” という用語について

7 を 3 で割ると、2 が立って余り 1

$$\begin{array}{ccccccccc} 7 & = & 3 & \times & 2 & + & 1 \\ \text{実} & & \text{法} & & \text{商} & & \text{余} \end{array}$$

割る数・基準・単位になるもの・沿うべきもの

“のり”
(典・徳・法・紀・憲・則・範・規・儀・教)

二項係数 (Pascal の三角形)

偶数かどうかを知るだけなら、
始めから割った余りだけ計算すれば良かった

- `A1` を `1` として、下にコピー
- `B1` を `0` として、右にコピー
- `B2` を `=MOD(B1+A1,2)` として、
  全体にコピー
- [条件つき書式] は値が `0` のときで良い

二項係数 (Pascal の三角形)

- A1 を 1 として、下にコピー
- B1 を 0 として、右にコピー
- B2 を =MOD(B1+A1,2) として、
  全体にコピー
- [条件つき書式] は値が 0 のときで良い

他の数で割った余りは？

3 で割った余りなら、=MOD(B1+A1,3)

色々変えて試すのには、さっきの方法が使える

やってみよう

今日の課題の提出法

数理実験のファイルを電子メイルで提出

- **件名:** `1207` (**半角英数字で!!**)
- **本文１行目に学生番号・氏名を書く**
- **作成した MS-Excel 文書は、ファイル名**
  `A0nxxyyy-1207.xlsx`
  (自分の学生番号-今日の日付) で保存
  (半角英数字で!!)
  $\longrightarrow$ **添付ファイルで提出**