

表ソフト (作表・表計算)

→ “MS-Excel” を使う

表ソフトの表計算機能はそれなりに強力で、
結構色々なことが出来る

という訳で、今回は、

表ソフトで数理実験

をして遊ぼう!!

現象

- 自然現象 → 自然科学
- 社会現象 → 社会科学
- 人文現象 → 人文科学・文学
- 数理現象 → 数理科学・数学

数理実験の準備

- **起動:** [スタート] → [プログラム]
→ [Applications] → [Excel2007]
(新規ファイル (Excel Book) が開いている)
- **名前を付けて保存:** [F12] または
[Office ボタン] → [名前を付けて保存]
A0nxxyyy-1207(.xlsx) (**半角英数字で!!**)
(自分の学生番号-今日の日付)

途中での保存は、

- **上書き保存:** [Ctrl+s]
または [Office ボタン] → [上書き保存]
で良い (適宜保存せよ)

本日のお品書き

- $\sqrt{2}$ を求める
- うさぎ算 (Fibonacci 数列)
- 個体数変化の数理モデル
- 九九の表
- 二項係数 (Pascal の三角形)

$\sqrt{2}$ を求める

用意されている平方根関数を用いて

適当なセルで `=SQRT(2)`

(**square root** = 平方根)

とすれば良いのだが、ここでは

四則演算の繰返して近似計算してみよう

- A1 に 1
- A2 に `=(A1+2/A1)/2` として、下にコピー
(10 くらいまでで良いかな)
- (検算) B1 に `=A1^2` として、下にコピー

$\sqrt{2}$ を求める

- A1 に 1
- A2 に $=(A1+2/A1)/2$ として、下にコピー
(10 くらいまでで良いかな)
- (検算) B1 に $=A1^2$ として、下にコピー

この原理:

- $a = \sqrt{2}$ なら $a = \frac{2}{a}$
- $a \neq \frac{2}{a}$ なら、平均を取れば近付くだろう

$\sqrt{2}$ を求める

小数点以下の表示桁数を増やしてみると

1.41421356237309000000

内部で保持している計算結果は有限の桁数で、
それ未満は精密な値ではない(丸め誤差)

丸め誤差がなければ延々と値は変わって
 $\sqrt{2}$ に近付いていくが、

或る程度落ち着いたら近似値として良いだろう
→ この時の誤差: 打切誤差

$\sqrt{2}$ を求める

誤差:

- 測定誤差
- 計算誤差
 - ★ 丸め誤差 (四捨五入による誤差)
 - ★ 打切誤差 (計算を途中で打切る誤差)

測定の精度より細かい値は意味が**ない**

やたら長い桁の数値を持ち出す人には注意!!
(数字に強いが数理に弱い?)

うさぎ算

次のシートに移ろう (左下のタブをクリック)

- 1月に子うさぎが1対(つがい)いる
- 子うさぎは子を産まない
- 生まれて2月目には親うさぎになる
- 親うさぎ1対は子うさぎを1対産む

1年後には何対になるだろうか？

うさぎ算

月	子	親	合計
1	1	0	1
2	0	1	1
3	1	1	2
4	1	2	3
5	2	3	5
6	3	5	8
...

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \quad (\text{直前の2項の和})$$

→ **Fibonacci** 数列

うさぎ算 (Fibonacci 数列)

- $a_1 = a_2 = 1$
- $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \quad (n \geq 3)$

これを表ソフトで計算しよう

- A1 と A2 とに 1
- A3 に $=A2+A1$ として、下にコピー

どんな風が増えるか？ 直前の何倍くらい？

- B2 に $=A2/A1$ として、下にコピー

大体 1.618034 倍くらいに増えるようだ

うさぎ算 (Fibonacci 数列)

大体 1.618034 倍くらいに増えるようだ

実は、

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right)$$

で、

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \doteq 1.618034 \quad \dots \text{黄金比}$$

うさぎ算 (Fibonacci 数列)

黄金比・黄金分割

$$\tau = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.61803398 \dots$$

- 自然界の様々な所に表れる比
- 人間はこの比を美しいと感じるようだ
- $\tau : 1 = 1 : (\tau - 1)$

参考: $\sqrt{2} : 1 = 1 : \frac{\sqrt{2}}{2} \dots$ 白銀比

参考: ねずみ算 というのもある
(塵劫記 … 江戸時代の数学書)

- 1 月にねずみが 1 対いる
- 親ねずみ 1 対は子ねずみを 1 対産む
(塵劫記の問題では 6 対)
- 生まれて 1 月目には親ねずみになる

1 年後には何対になるだろうか？

$a_{n+1} = 2a_n$: 等比数列
(現在の個体数に比例して増える)

個体数変化の数理モデル

次のシートに移ろう (左下のタブをクリック)

“現在の個体数に比例して増える”として、
どんな風に増えるか観察してみよう
… 数理モデル

- A1 に 0.01
- A2 に $=2*A1$ として、下にコピー
(大体 20 ~ 30 くらいまでで良いかな)
→ あっという間に増える

個体数変化の数理モデル

実際には資源 (食糧・空間) が有限なので、
多くなると成長にブレーキが掛かる
(より精密と思われるモデル)

- A_1 に 0.01
- A_2 に $=2*A_1*(1-0.01*A_1)$ として、
下にコピー
(大体 20 ~ 30 くらいまでで良いかな)

→ 頭打ちになる

グラフの作成・挿入

グラフを書いてみよう

範囲指定 → リボンメニューの [挿入][グラフ]
→ グラフの種類・体裁を選択

種類を適切に選択せよ

- 棒グラフ: 分量の**比較**
- 折れ線グラフ: 分量の**変化**
- 円グラフ: 分量の**割合**
- レーダーグラフ: 分量の**バランス**

など

個体数変化の数理モデル

- A1 に 0.01
- A2 に $=2*A1*(1-0.01*A1)$ として、
下にコピー

グラフを書いてみよう → **ロジスティック曲線**

範囲指定 (ここでは列指定でも可)

→ リボンメニューの [挿入][グラフ]

ここではグラフの種類は何にすべき？

個体数変化の数理モデル

パラメタを色々変えてみたい

- A1 に 0.01
- C1 に 2
- C2 に 0.01
- A2 を $=C1*A1*(1-C2*A1)$ として、
下にコピー

これで C1, C2 を変えると自動的に変わる

色々試してみよう

個体数変化の数理モデル

更に実際には、直前の世代だけではなくて、
もう一世代前のツケを払っている、
というモデルの方が近いとも言われている

- A1 に 0.01
- C1 に 2
- C2 に 0.01
- A2 を $=C1 * A1 * (1 - C2 * A1)$ (同じ)
- A3 を $=C1 * A2 * (1 - C2 * (A2 + A1))$

として、下にコピー

どうなるだろうか？

九九の表

次のシートに移ろう (左下のタブをクリック)

まず、1 から 9 までのデータを作るには …

	1	2	3	...	9
1					
2					
3					
⋮					
9					

1, 2, 3, ... と入力するのは面倒だ

九九の表

1 から 9 までのデータを作るには …

A2 を 1 とした後、

- A3 に $=A2+1$ として、A10 まで下にコピー
- 範囲指定 → リボンメニューの
[編集][フィル()] → [連続データの作成]
- セルの右下隅を摘んで [Ctrl + 下にドラッグ]

同様に B1 を 1 とした後、

- C1 に $=B1+1$ として、J1 まで右にコピー
- 範囲指定 → リボンメニューの
[編集][フィル()] → [連続データの作成]
- セルの右下隅を摘んで [Ctrl + 右にドラッグ]

九九の表

A2:A10 と B1:J1 とに

1 から 9 までのデータが入った

B2 にどういう数式を入れたら、

それを B2:J10 の範囲にコピーして

「九九」の表になるか？

(ヒント: 相対参照・絶対参照)

九九の表

折角の表なので、少し見栄えをいじってみよう

縦横の大きさの調整:

- 行の高さ: 行範囲指定
→ [右クリック][行の高さ]
または、行の境界線をマウスで調整
- 列の幅: 列範囲指定
→ [右クリック][列の幅]
または、列の境界線をマウスで調整

九九の表

罫線を引いてみよう

範囲指定

→ [右クリック][セルの書式指定][罫線]
または、リボンメニューの [フォント][罫線]

例:

- 基本は細線
- 外枠は太線
- 乗数・被乗数と積との境
(題目と項目との境) も太線
- 左上は斜線

九九の表

16 以上の値を強調表示してみよう

→ 条件付き書式

範囲指定 →

リボンメニューの [スタイル][条件付き書式]
[セルの強調表示ルール][指定の値より大きい]

→ 値を指定

他にも、ここでは

[カラースケール] なども面白いかも

二項係数 (Pascal の三角形)

次のシートに移ろう (左下のタブをクリック)

二項係数 (組合せの数):

$${}_nC_k = {}_{n-1}C_k + {}_{n-1}C_{k-1}$$

- A1 を 1 として、下にコピー
(セルの右下隅を掴んで [下にドラッグ])
- B1 を 0 として、右にコピー
(セルの右下隅を掴んで [右にドラッグ])
- B2 を =B1+A1 として、全体にコピー
(画面に見えるくらいの範囲で良い)

二項係数 (Pascal の三角形)

偶数のセルを色で塗りつぶして表示してみよう
→ 条件付き書式

範囲指定 (今は全範囲指定で可) →

リボンメニューの [スタイル][条件付き書式]
[セルの強調表示ルール][その他のルール]
[数式を使用して、書式設定するセルを決定]

- 数式: $=\text{MOD}(A1, 2)=0$
- 書式: [塗りつぶし] で適当な色を指定

結構面白い?

二項係数 (Pascal の三角形)

偶数のセルを色で塗りつぶして表示してみよう
→ 条件付き書式

$$=MOD(A1,2)=0$$

MOD : 割った余りを答える関数 (modulo)

セルの参照は

指定範囲の左上セルに設定するつもりで
(他のセルにも相対指定の要領で適用される)

(余談) “法 (modulus)” という用語について

7 を 3 で割ると、2 が立って余り 1

$$\begin{array}{ccccccc} 7 & = & 3 & \times & 2 & + & 1 \\ \text{実} & & \text{法} & & \text{商} & & \text{余} \end{array}$$

割る数・基準・単位になるもの・沿うべきもの

“のり”

(典・徳・法・紀・憲・則・範・規・儀・教)

二項係数 (Pascal の三角形)

偶数かどうかを知るだけなら、
始めから割った余りだけ計算すれば良かった

- A1 を 1 として、下にコピー
- B1 を 0 として、右にコピー
- B2 を $=\text{MOD}(B1+A1, 2)$ として、
全体にコピー
- [条件つき書式] は値が 0 のときで良い

二項係数 (Pascal の三角形)

- A1 を 1 として、下にコピー
- B1 を 0 として、右にコピー
- B2 を $=\text{MOD}(B1+A1, 2)$ として、
全体にコピー
- [条件つき書式] は値が 0 のときが良い

他の数で割った余りは？

3 で割った余りなら、 $=\text{MOD}(B1+A1, 3)$

色々変えて試すのには、さっきの方法が使える
やってみよう

今日の課題の提出法

数理実験のファイルを電子メールで提出

- 件名: 1207 (半角英数字で!!)
- 本文 1 行目に学生番号・氏名を書く
- 作成した MS-Excel 文書は、ファイル名
A0nxyyy-1207.xlsx
(自分の学生番号-今日の日付) で保存
(半角英数字で!!)
→ 添付ファイルで提出