

期末試験のお知らせ

7月30日(木) 13:30 ~ 14:30

(60分試験)

8-208教室 (ここじゃない)

- 最終回(7/23)の講義内容まで
- 学生証必携
- 学部・大学院合併で行なう

レポート提出について

期日: **8月7日(金)20時頃まで**

内容:

配布プリントのレポート問題の例のような内容
及び授業に関連する内容で、
授業内容の理解または発展的な取組みを
アピールできるようなもの
(詳細はプリント参照のこと)

提出方法:

- 授業時に手渡し
- 4-574 室扉のレポートポスト
- 電子メール

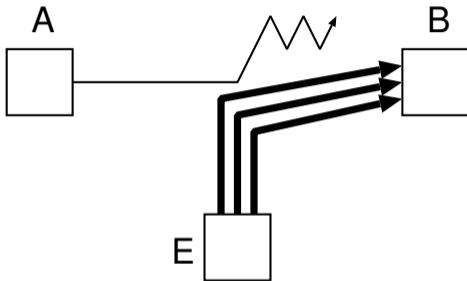
情報通信を行なう際の要請

- 効率的に → 情報理論
- 確実に → 符号理論
- 安全に → 暗号理論

安全な情報伝達を阻害するもの

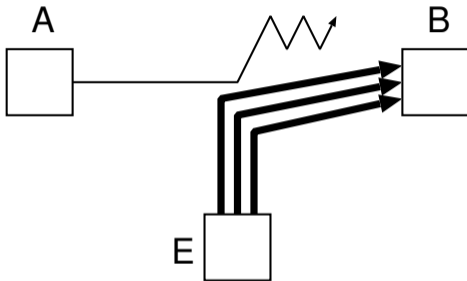
- 妨害 (DoS 攻撃など)
- 盗聴
- 改竄
- なり済まし など

DoS (Denial of Service) 攻撃



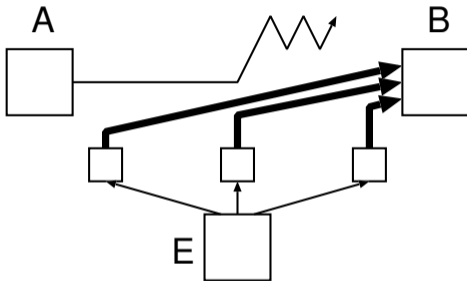
B を機能停止に追い込むには
E に相当のマシンパワーが必要
そこで実際には …

DoS (Denial of Service) 攻撃



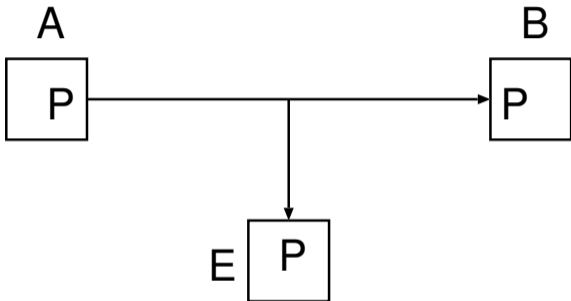
B を機能停止に追い込むには
E に相当のマシンパワーが必要
そこで実際には …

DoS (Denial of Service) 攻撃



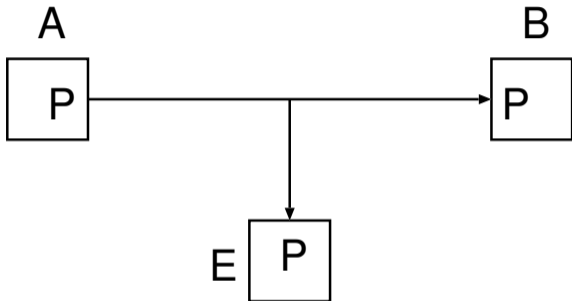
実際には、
コンピュータウイルス・乗っ取りなどで
制御下に置いた多数の機械から一斉に攻撃

盗聴



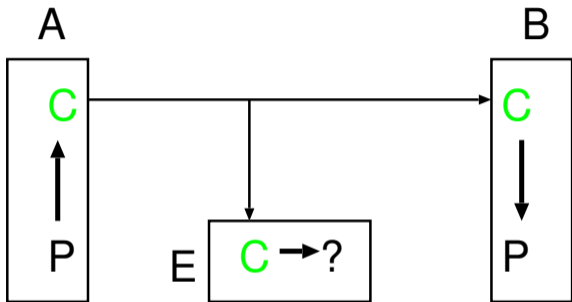
現在の計算機ネットワークの仕組みでは、
事実上、通信経路は誰にでも見られる

盗聴



現在の計算機ネットワークの仕組みでは、
事実上、通信経路は誰にでも見られる

暗号通信で盗聴対策

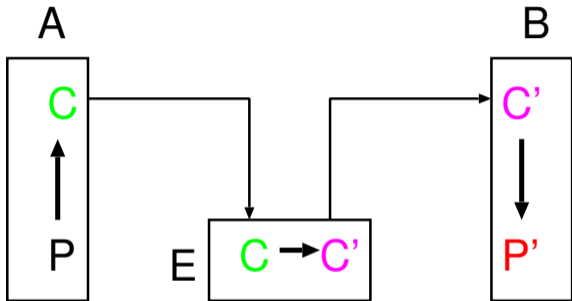


P: 平文 (plain text), C: 暗号文 (ciphertext)

P → C : 暗号化 (encryption)

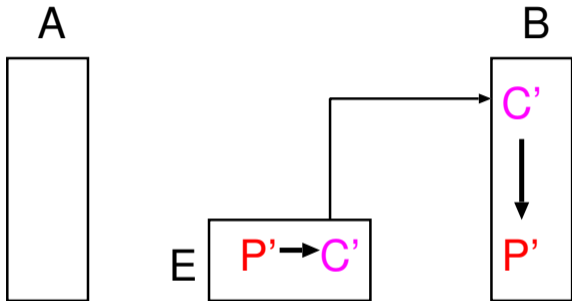
C → P : 復号 (decryption) ・ 解読

改竄



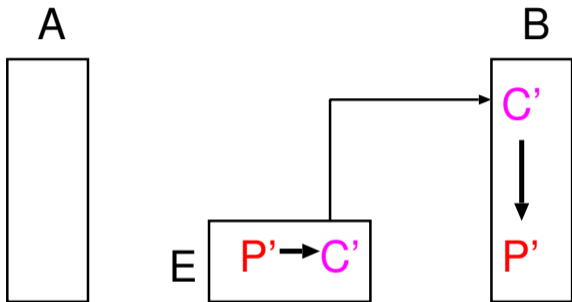
A が送信した情報であることを
確かめられるような仕組みが必要
(電子認証・電子署名)

なり済まし



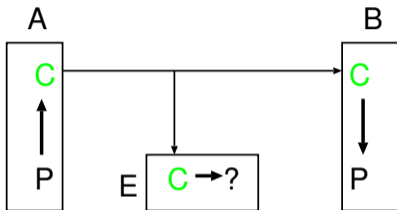
A が送信した情報であることを
確かめられるような仕組みが必要
(電子認証・電子署名)

なり済まし



A が送信した情報であることを
確かめられるような仕組みが必要
(電子認証・電子署名)

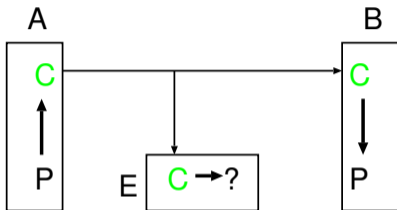
暗号 (cryptography)



- 送信者 **A** が平文 **P** を暗号化、暗号文 **C** を送信
- 受信者 **B** が暗号文 **C** を受信、平文 **P** に復号
- 盗聴者 **E** は暗号文 **C** を知っても
平文 **P** を復元できない

→ **B** だけが復号鍵を持っていることが必要

暗号 (cryptography)



- 送信者 **A** が平文 **P** を暗号化、暗号文 **C** を送信
- 受信者 **B** が暗号文 **C** を受信、平文 **P** に復号
- 盗聴者 **E** は暗号文 **C** を知っても
平文 **P** を復元できない

→ **B** だけが復号鍵を持っていることが必要

暗号 (cryptography)

仮定：

公開された情報伝達路 (盗聴可能 と仮定) で、

暗号方式を公開 して通信

- 秘密鍵暗号 (共通鍵暗号)
- 公開鍵暗号

暗号 (cryptography)

仮定：

公開された情報伝達路 (盗聴可能 と仮定) で、

暗号方式を公開 して通信

- 秘密鍵暗号 (共通鍵暗号)
- 公開鍵暗号

暗号 (cryptography)

- **共通鍵暗号 (秘密鍵暗号)**
 - ★ 送信者・受信者で同じ鍵を秘密裡に共有
 - ★ 共通の鍵で暗号化・復号を行なう

- **公開鍵暗号**
 - ★ 暗号化鍵 (公開鍵)・復号鍵 (秘密鍵) が別
 - ★ 公開された暗号化鍵を用いて暗号化
 - ★ 復号鍵は受信者だけの秘密

秘密鍵 (共通鍵) 暗号

暗号化鍵・復号鍵が同じ

- 換字暗号・Caesar 暗号
- 線型ブロック暗号
- Vernam 暗号
- DES (Data Encryption Standard)
- AES (Advances Encryption Standard)

例: Caesar 暗号

鍵 : $n \in \mathbb{Z}/26\mathbb{Z}$

暗号化 : alphabet を後ろに n だけずらす

復号 : alphabet を前に n だけ戻す

... XYZABCDEFGHIJKLMN
OPQRSTUVWXYZABC ...

例: $n = ?$: **?????** \longrightarrow **KHOOR**

Caesar 暗号の脆弱性

鍵を知らなくても容易に解読されてしまった

- 鍵の可能性が少なく、総当たりで倒せる
- 暗号文に平文の特徴が残っている

このような脆弱性を克服した暗号方式が
現在では用いられている

- DES (Data Encryption Standard)
- AES (Advanced Encryption Standard)

Caesar 暗号の脆弱性

鍵を知らなくても容易に解読されてしまった

- 鍵の可能性が少なく、総当たりで倒せる
- 暗号文に平文の特徴が残っている

このような脆弱性を克服した暗号方式が
現在では用いられている

- **DES (Data Encryption Standard)**
- **AES (Advanced Encryption Standard)**

秘密鍵 (共通鍵) 暗号の特徴

暗号化鍵・復号鍵が同じ

- 一般に原理は簡単で高速
- 事前の鍵共有の必要
- 通信相手毎に別の鍵が必要

現在の情報化社会では
様々な場面で暗号が使われている

例: インターネット取引
(ネットショッピングなど)

- 不特定多数の人と暗号通信をしたい
- 事前に鍵を共有できない

→ 共通鍵暗号では実現が困難

→ 公開鍵暗号・鍵共有方式のアイデア
(1976 ~ 77)

現在の情報化社会では
様々な場面で暗号が使われている

例: インターネット取引
(ネットショッピングなど)

- 不特定多数の人と暗号通信をしたい
- 事前に鍵を共有できない

→ 共通鍵暗号では実現が困難

→ 公開鍵暗号・鍵共有方式のアイデア
(1976 ~ 77)

現在の情報化社会では
様々な場面で暗号が使われている

例: インターネット取引
(ネットショッピングなど)

- 不特定多数の人と暗号通信をしたい
- 事前に鍵を共有できない

→ 共通鍵暗号では実現が困難

→ 公開鍵暗号・鍵共有方式のアイデア
(1976 ~ 77)

公開鍵暗号

暗号化鍵 (公開鍵) ・ 復号鍵 (秘密鍵) が別

- 事前の鍵共有の必要無し
→ 見ず知らずの人からも送ってもらえる
- 認証・署名機能がある
→ 改竄・なり済ましの対策
→ 否認防止の機能も持つ

公開鍵暗号

暗号化鍵 (公開鍵) ・ 復号鍵 (秘密鍵) が別

- 事前の鍵共有の必要無し
→ 見ず知らずの人からも送ってもらえる
- 認証・署名機能がある
→ 改竄・なり済ましの対策
→ 否認防止の機能も持つ

公開鍵暗号

暗号化鍵 (公開鍵) ・ 復号鍵 (秘密鍵) が別

- 事前の鍵共有の必要無し
→ 見ず知らずの人からも送ってもらえる
- 認証 ・ 署名機能がある
 - 改竄 ・ なり済ましの対策
 - 否認防止の機能も持つ

公開鍵暗号

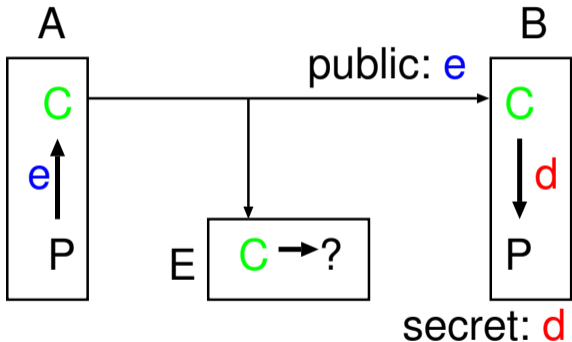
但し、一般には、
暗号化・復号が共通鍵暗号に比べて低速

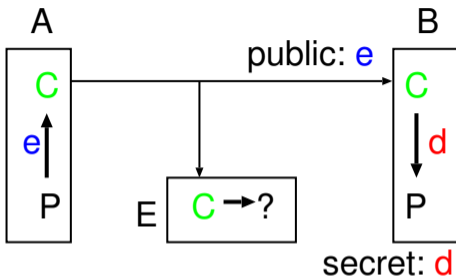
そこで、

- 始めに公開鍵暗号方式で鍵を送付・共有
- その鍵を用いて秘密鍵暗号方式で通信

というように、組合わせて用いることが多い

公開鍵暗号による暗号通信

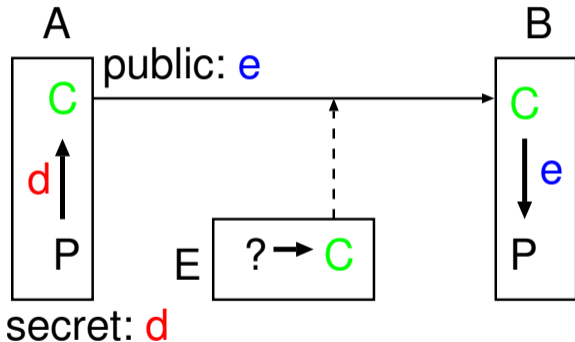




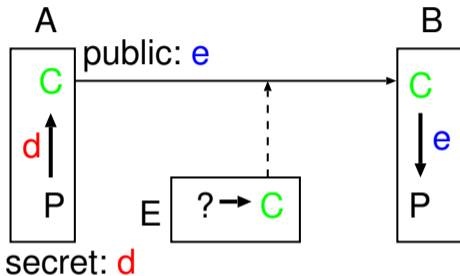
しかし、これだと誰でも暗号化できるので、
A 氏が送った保証がない

→ **署名**の必要性

公開鍵暗号を用いた署名



公開鍵暗号を用いた署名



盗聴者 E 氏は

平文 P は判らないが、暗号文 C は盗聴可能

→ いつも同じ署名は使えない

公開鍵暗号を用いた署名

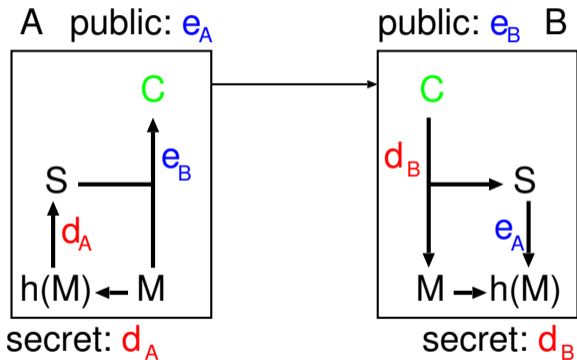
実際には、メッセージ本文 M に対して、

M から決まる短い値 (ハッシュ値) $h(M)$ を

送信者 **A** 氏の秘密鍵で暗号化した文字列 S を
本文 M に添付して、

受信者 **B** 氏の公開鍵と一緒に暗号化して送る

公開鍵暗号を用いた署名



公開鍵暗号の特徴

- 暗号化は誰でも出来る
- 復号は秘密鍵を知らないと出来ない
(もの凄く時間が掛かる)

そんな都合の良い仕組みが本当にあるのか？

→ ある!! (多分大丈夫)

計算困難な問題 を利用

(素因数分解・離散対数問題)

公開鍵暗号の特徴

- 暗号化は誰でも出来る
- 復号は秘密鍵を知らないと出来ない
(もの凄く時間が掛かる)

そんな都合の良い仕組みが本当にあるのか？

→ ある!! (多分大丈夫)

計算困難な問題 を利用

(素因数分解・離散対数問題)

公開鍵暗号の特徴

- 暗号化は誰でも出来る
- 復号は秘密鍵を知らないと出来ない
(もの凄く時間が掛かる)

そんな都合の良い仕組みが本当にあるのか？

→ ある!! (多分大丈夫)

計算困難な問題 を利用

(素因数分解・離散対数問題)

代表的な公開鍵暗号方式

- **RSA 暗号 (Rivest-Shamir-Adleman)**
- **Diffie-Hellman 鍵共有**
- **ElGamal 暗号**

代表的な公開鍵暗号方式

- **RSA 暗号 (Rivest-Shamir-Adleman)**
- **Diffie-Hellman 鍵共有**
- **ElGamal 暗号**

公開鍵暗号の例: RSA 暗号

Rivest, Shamir, Adleman (1977)

- 大きな素数 p, q を選び、積 $n = pq$ を作る
- n を用いて、公開鍵 e ・秘密鍵 d の対を作る
- 暗号化の計算は n と公開鍵 e とから可能
- 復号は秘密鍵 d を用いる
- n と公開鍵 e とから秘密鍵 d を求めるには、 n の素因子分解 $n = pq$ が必要
- しかしそれは困難 (膨大な計算時間が掛かる)

RSA 暗号 (Rivest-Shamir-Adleman)

素因数分解の困難さを利用

p, q : 相異なる大きい素数

(実際には現在は 512 bit 程度)

$N := pq$: RSA 方式の法 (**modulus**)

$m := \text{lcm}(p - 1, q - 1)$

$$\begin{aligned}(\mathbf{Z}/N\mathbf{Z})^\times &\simeq (\mathbf{Z}/p\mathbf{Z})^\times \times (\mathbf{Z}/q\mathbf{Z})^\times \\ &\simeq \mathbf{Z}/(p-1)\mathbf{Z} \times \mathbf{Z}/(q-1)\mathbf{Z}\end{aligned}$$

: 指数 m の有限アーベル群

RSA 暗号 (Rivest-Shamir-Adleman)

p, q : 相異なる大きい素数

$$N = pq, m = \text{lcm}(p - 1, q - 1)$$

e を $\text{gcd}(e, m) = 1$ となるように選ぶ

d を $ed \equiv 1 \pmod{m}$ となるように求める

- (N, e) : 公開鍵 (暗号化鍵)
- d : 秘密鍵 (復号鍵)

RSA 暗号 (Rivest-Shamir-Adleman)

p, q : 相異なる大きい素数

$$N = pq, m = \text{lcm}(p - 1, q - 1)$$

$$ed \equiv 1 \pmod{m}$$

- (N, e) : 公開鍵 (暗号化鍵)
- d : 秘密鍵 (復号鍵)

平文 $M \pmod{N}$ の暗号化 : $C = M^e \pmod{N}$

暗号文 $C \pmod{N}$ の復号 : $M = C^d \pmod{N}$

RSA 暗号 (Rivest-Shamir-Adleman)

公開鍵 (N, e) から秘密鍵 d が計算できるか？

- N の素因数分解 $N = pq$ を知っていれば容易
- 事実上 N の素因数分解と同程度の困難さ

「困難さ」… 計算時間が掛かる

RSA 暗号の安全性 \iff 素因数分解の困難さ

“計算量的安全性”

RSA 暗号 (Rivest-Shamir-Adleman)

公開鍵 (N, e) から秘密鍵 d が計算できるか？

- N の素因数分解 $N = pq$ を知っていれば容易
- 事実上 N の素因数分解と同程度の困難さ

「困難さ」… 計算時間が掛かる

RSA 暗号の安全性 \iff 素因数分解の困難さ

“計算量的安全性”

RSA 暗号 (Rivest-Shamir-Adleman)

公開鍵 (N, e) から秘密鍵 d が計算できるか？

- N の素因数分解 $N = pq$ を知っていれば容易
- 事実上 N の素因数分解と同程度の困難さ

「困難さ」… 計算時間が掛かる

RSA 暗号の安全性 \iff 素因数分解の困難さ

“計算量的安全性”