計算機での情報の表し方

計算機内では
全てのデータは 0,1 の組 (列) で表される

情報の最小単位:
0 か 1 か : bit (binary digit)

実際には幾つかの bit を組にして一度に扱う
(通常は 8 bit $=$ 1 byte (octet))

1 byte で $2^8 = 256$ 通りの値を表せる

計算機での数の表し方

計算機内の 0,1 の列を、

二進表記 (二進法) で数値として扱う

正の整数の場合、1 byte で

$$0 \leq x \leq 2^8 - 1 = 255$$

の範囲の値が表せる

十進 $\longleftrightarrow$ 二進の変換

十進	二進
0	**00000000**
1	**00000001**
2	**00000010**
3	**00000011**
4	**00000100**
5	**00000101**
⋮	⋮
253	**11111101**
254	**11111110**
255	**11111111**

二進の九九 (一一?) の表

$+$	**0**	**1**
0	**0**	**1**
1	**1**	**10**

$\times$	**0**	**1**
0	**0**	**0**
1	**0**	**1**

演習 (二進表記)

次の各式の被演算子 (operand) を

二進表記で表した上で、

それを用いて筆算で計算せよ。

(1) $87 + 26$

(2) $87 + 50$

(3) $87 - 26$

(4) 13×11

二進では桁数が多くて煩わしい

$\longrightarrow$ 十六進 (hexadecimal) 表記

十進	二進	十六進
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7

十進	二進	十六進
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	a
11	1011	b
12	1100	c
13	1101	d
14	1110	e
15	1111	f

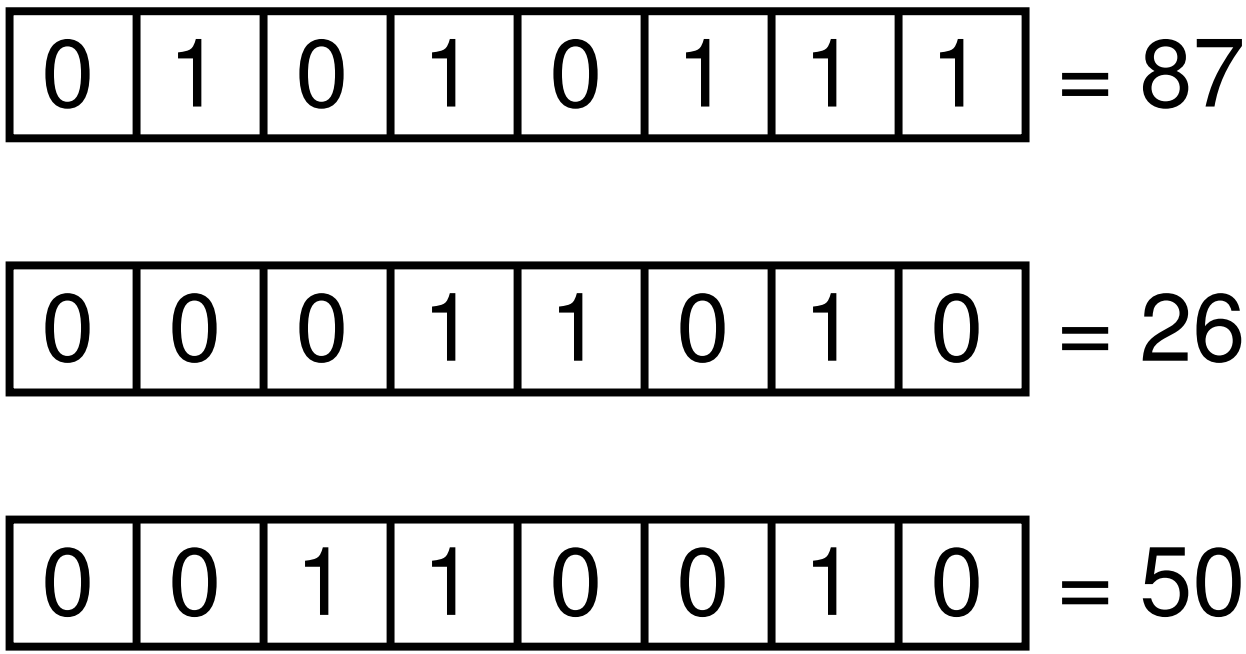
十六進表記を示すのに、屡々0x を頭置する

十進	二進	十六進
0	**00000000**	0x00
1	**00000001**	0x01
2	**00000010**	0x02
3	**00000011**	0x03
4	**00000100**	0x04
5	**00000101**	0x05
⋮	⋮	⋮
253	**11111101**	0xfd
254	**11111110**	0xfe
255	**11111111**	0xff

計算機での数の表し方

計算機の内部では、

1 つの整数値を 8 bit で表している。



負の数 (符号付き整数) の表現

符号 $-$ も 0,1 で表す

単純に考えると、

- **符号に 1 bit (正なら 0・負なら 1)**
- **絶対値に残り 7 bit ($0 \leq |x| \leq 2^7 - 1$)**

$\longrightarrow$ 欠点あり

- **0 が 2 通りに表される ($+0, -0$)**
- **演算で正負の場合分けが面倒**

$\longrightarrow$ 他にもっと良い方法はないか?

“ 2 の補数表示 ”

2 の補数表示

$$-128 = -2^7 \leq x \leq 2^7 - 1 = 127$$

の範囲の整数値が表せる

$$x' := \begin{cases} x & (0 \leq x \leq 2^7 - 1) \\ x + 2^8 & (-2^7 \leq x \leq -1) \end{cases}$$

とおくと、

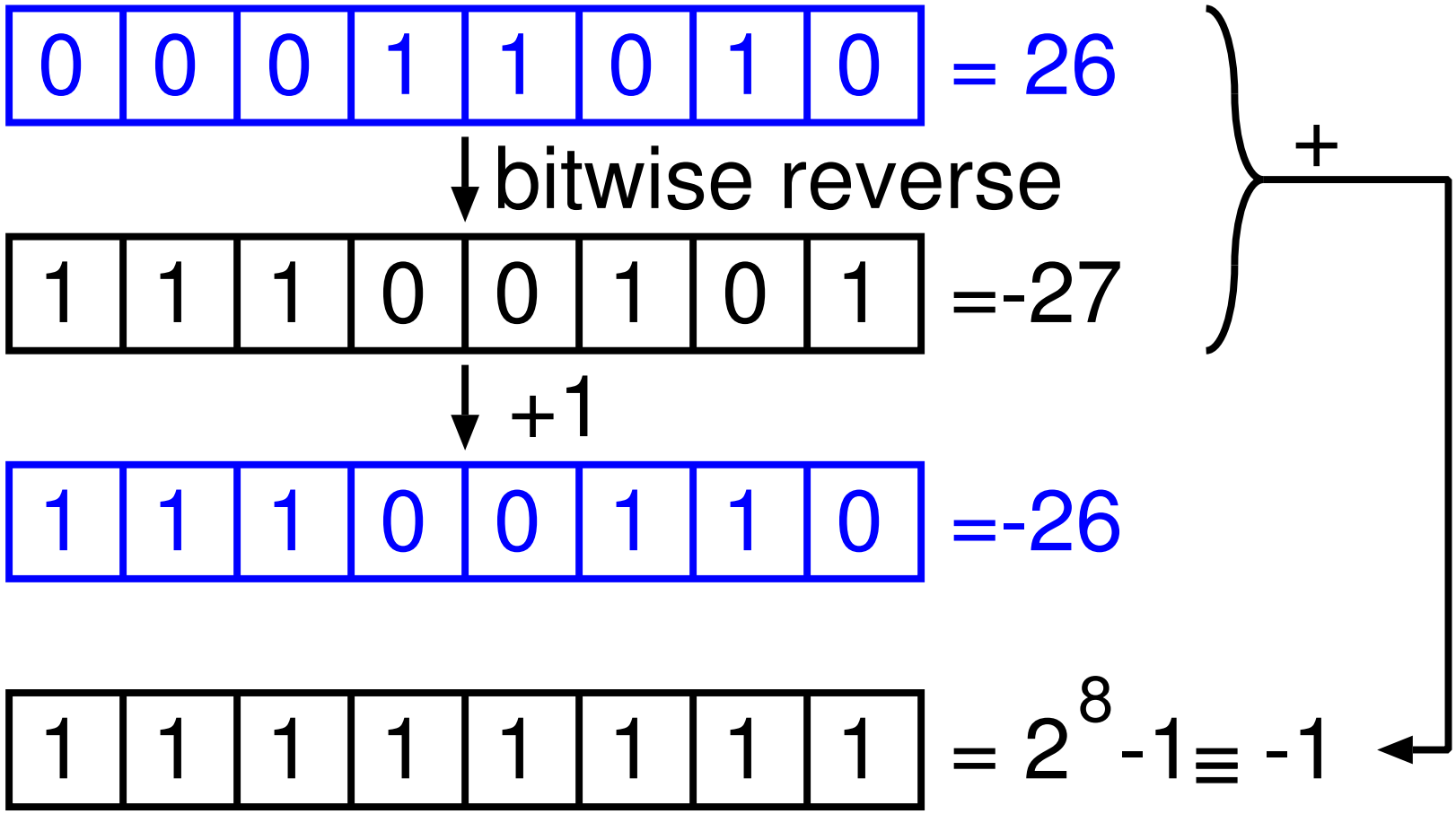
$$0 \leq x' \leq 2^8 - 1$$

$\longrightarrow x'$ **を符号無し整数として表す**

$$\boxed{x \equiv x' \pmod{2^8}}$$

2 の補数表示

x $(0 \leq x \leq 2^7 - 1)$ から $-x$ を求めるには $\cdots$



符号付き整数の加算の桁溢れ判定

先程の演習の計算結果を、

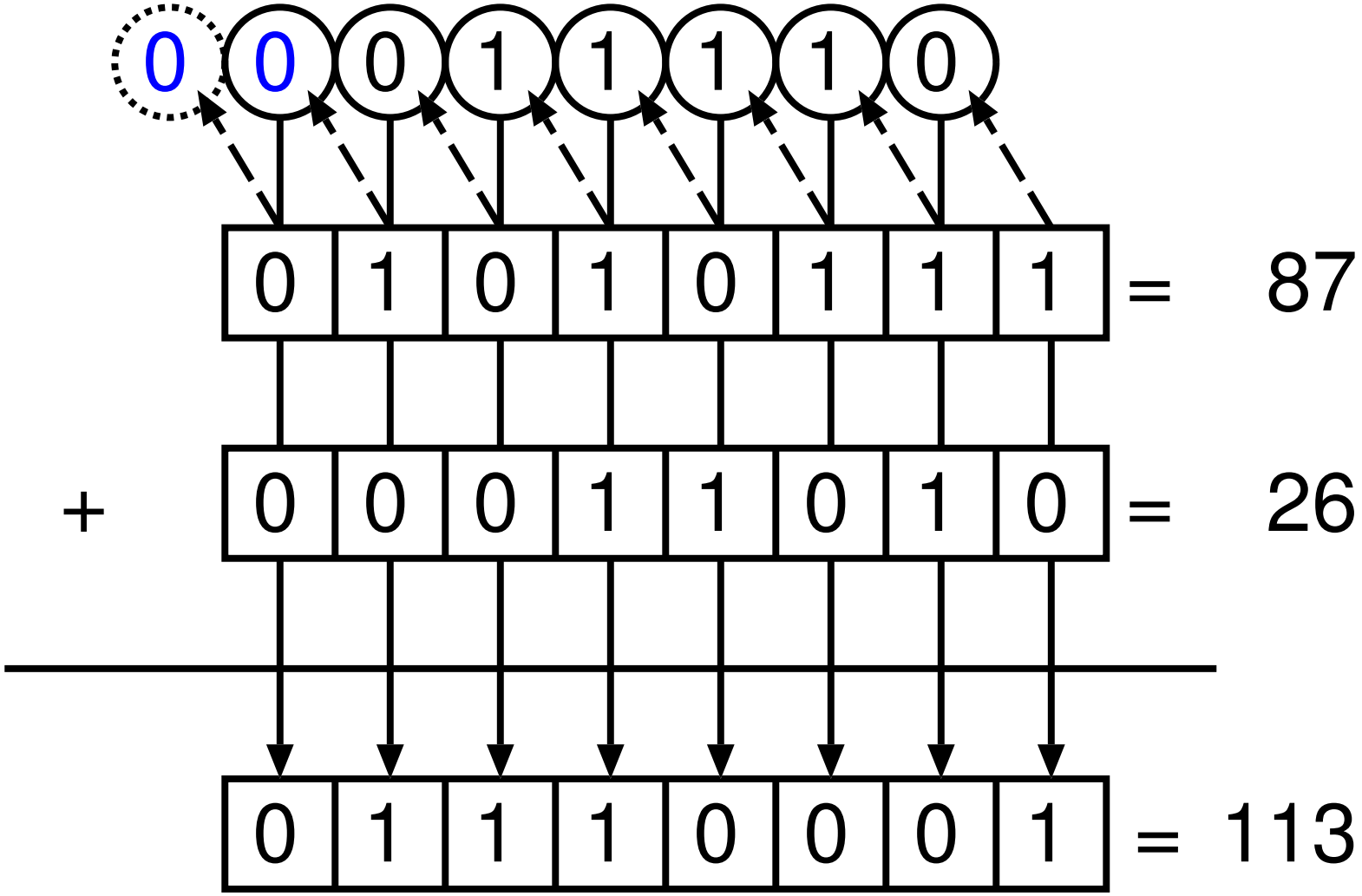
2 の補数表示として読んでみよう

$-2^7 \leq x \leq 2^7 - 1$ の範囲の整数値が表せる

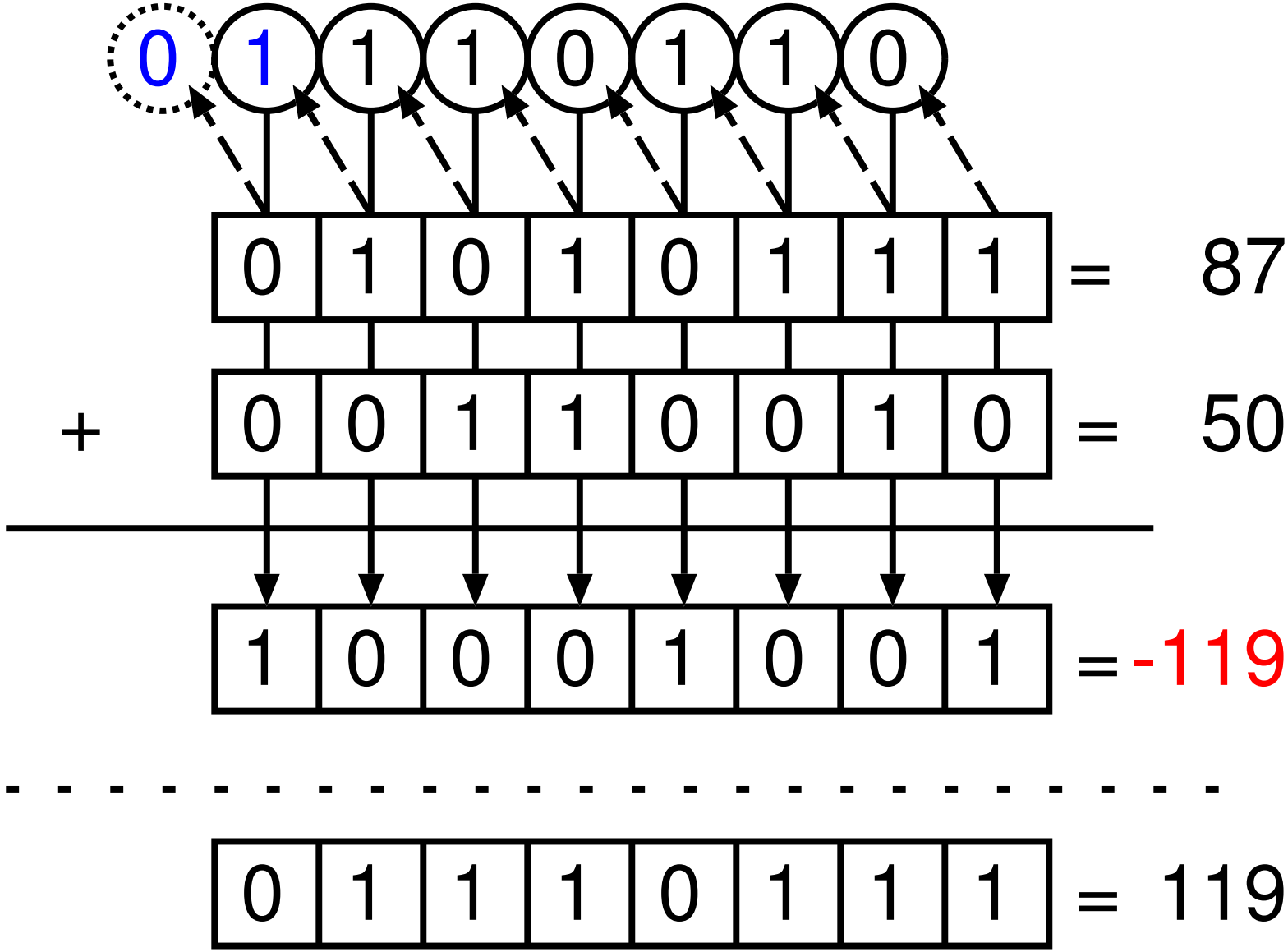
- $87 + 26$
  $\longrightarrow$ **結果が上の範囲に収まる**
  $\longrightarrow$ **正しく読み取れる**

- $87 + 50$
  $\longrightarrow$ **結果が上の範囲に収まらない。**
  $\longrightarrow$ **正しく読み取れない $\cdots$ 「桁溢れ」**

符号付き整数の加算の桁溢れ判定



符号付き整数の加算の桁溢れ判定



符号付き整数の減算

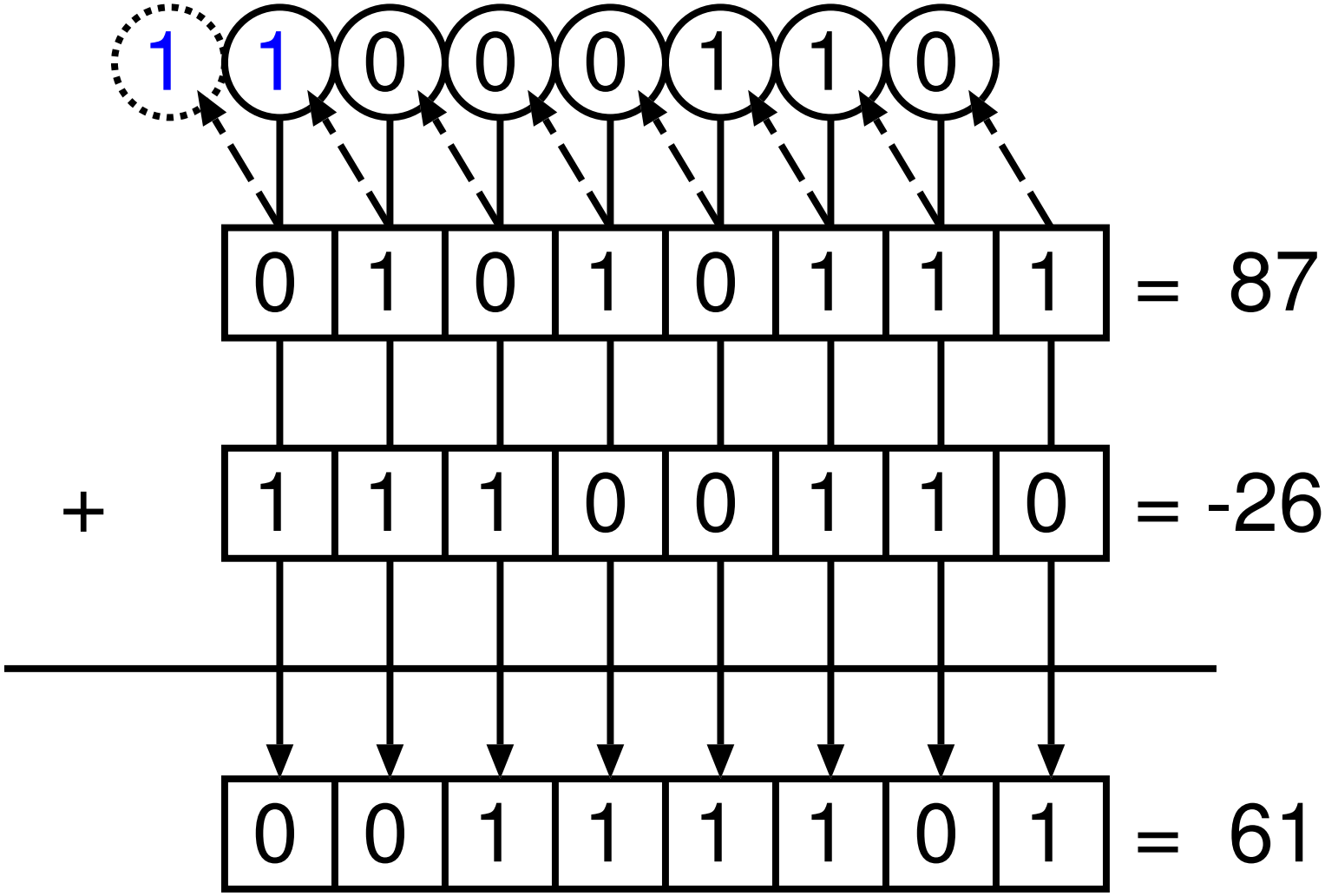
$87 - 26$

$\longrightarrow$ **減算を別の演算として扱うのは面倒**

$\longrightarrow$ $87 + (-26)$ **として計算してみよう**

(1) -26 **を** 2 **の補数表示で表す**
(2) $87 + (-26)$ **を二進表記の筆算で (普通に) 足す**
(3) 9 **bit 目への繰上がりは捨て、下** 8 **bit を取る**

符号付き整数の減算



演習問題

(1) $\pm 87, \pm 50, \pm 26$ **を、**
8 **bit の “2 の補数表示” で表せ。**

(2) 上の表示を用いて、次を筆算で計算せよ。

- 9**bit 目への繰上がりが発生するものは?**
- **桁溢れが発生しているものは?**

(1) $(+87) + (+26)$
(2) $(+87) + (-26)$
(3) $(-87) + (+26)$
(4) $(-87) + (-26)$
(5) $(+87) + (+50)$
(6) $(+87) + (-50)$
(7) $(-87) + (+50)$
(8) $(-87) + (-50)$

(3) 桁溢れの発生を判定するには?

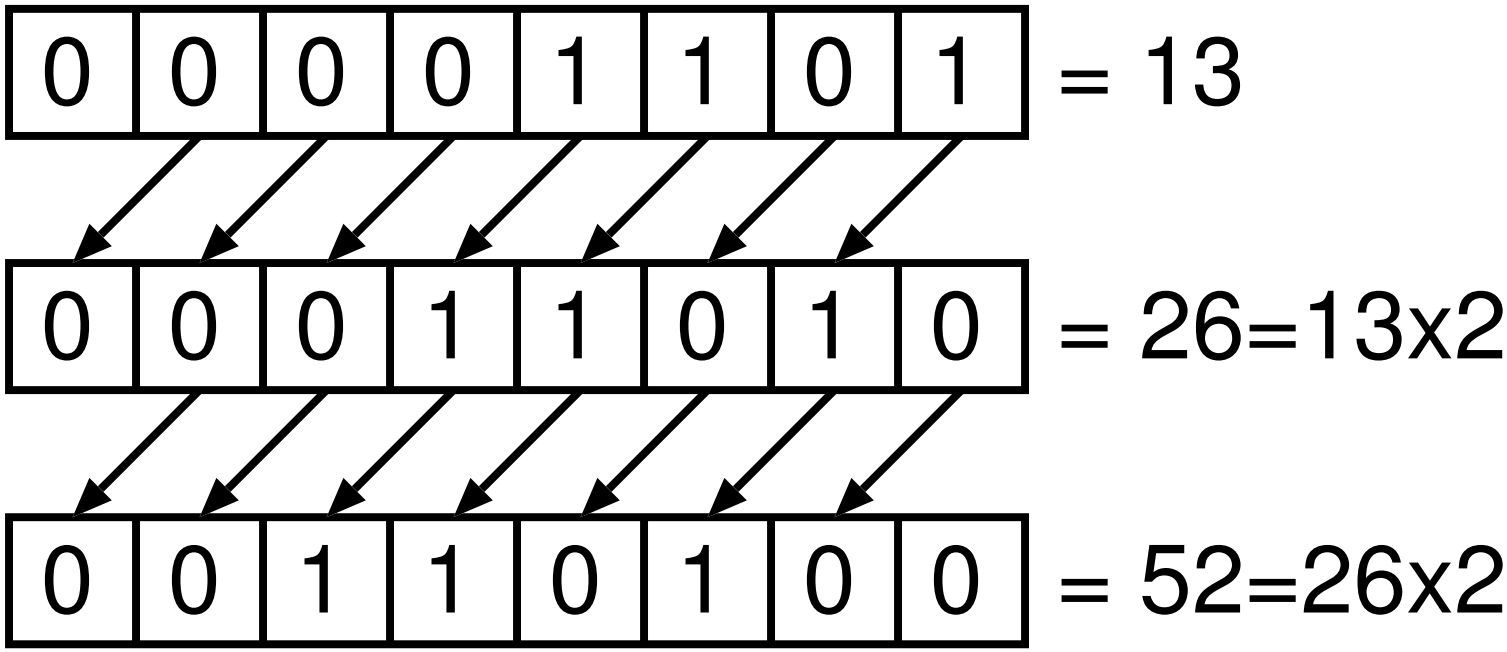
桁ずらし

13×11

乗算は桁をずらして加える

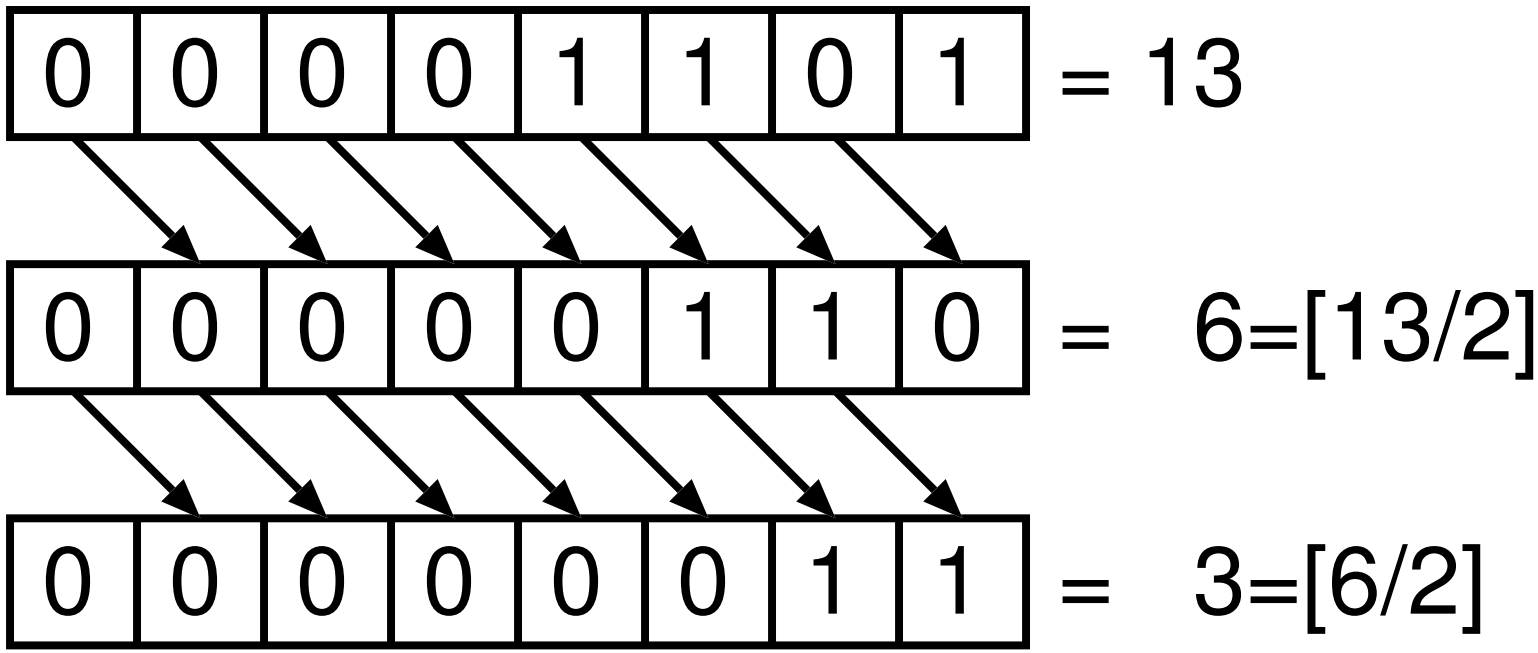
「桁ずらし (bit shift)」が基本的な操作

左シフト: $x \longmapsto 2x$



- **桁溢れの判定は？**
- **負の数でも大丈夫か？**

右シフト: $x \longmapsto \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor$



- **桁溢れは起きない。**
- **負の数でも大丈夫にするには？**
  (符号 bit の扱い)

以上のような、

- データ (bit 情報) の保持
- 基本的な演算

を計算機で実現するには ？

$\longrightarrow$ 「**論理回路**」

論理回路

- **組合せ回路**:
  入力 (の組) によって出力が決まる
  $\longrightarrow$ **演算**に用いる

- **順序回路**:
  内部状態を保持し、
  入力と入力前の状態とによって
  出力と出力後の状態とが決まる
  $\longrightarrow$ データ (bit 情報) の**保持**に用いる