

2 Let $q = 2, c = 3$. Then we have $n = (q^c - 1)/(q - 1) = 7, k = n - c = 4$.

- (1) 3 次の 2 元 Hamming 符号 \mathcal{H} は $[7, 4]$ -符号である。パリティ検査行列 (の一つ) H を構成せよ。

The binary Hamming code \mathcal{H} of degree 3 is a $[7, 4]$ -code. Construct a parity-check matrix H .

- (2) \mathcal{H} の生成行列 (の一つで $GH^T = O$ となるような) G を求めよ。

Find a generator matrix G of \mathcal{H} (with $GH^T = O$).

- (3) $w(e) = 1$ なる $e \in \mathbf{F}_2^7$ を列挙し、そのシンδροーム eH^T との対照表を作れ。

Enumerate all the vector $e \in \mathbf{F}_2^7$ with $w(e) = 1$, and make the table of their syndromes eH^T .

- (4) 符号語 $x \in \mathcal{H}$ を適当に一つ生成し、適当に 1 箇所だけ変えた (誤りを入れた) 語 $y \in \mathbf{F}_2^7$ について、シンδροーム yH^T を計算せよ。また、正しく復号すると元の $x \in \mathcal{H}$ が得られることを確かめよ。

Generate a code-word $x \in \mathcal{H}$, make a “noisy” word $y \in \mathbf{F}_2^7$ which is changed at exactly one component from x , and calculate the syndrome yH^T of y . Correct y and ensure that the original $x \in \mathcal{H}$ is recovered.