

1 関数 $f(x) = x^2$ において、 x を -4 に近づけると $f(x)$ は 16 に近づくようだが、その誤差について、

- (1) $|f(x) - 16| < 0.1$ となるためには、 x をどの程度 -4 に近づければ良いか (つまり、 $|x - (-4)| < \delta \implies |f(x) - 16| < 0.1$ と言えるためには、 δ の値をどれくらいにすれば良いか)。 (ヒント: $x = -4 + h$ と置くと計算し易い。)
- (2) $|f(x) - 16| < 0.0001 = \frac{1}{10000}$ となるためには？
- (3) 一般に、 ε を任意の正の数として、 $|f(x) - 16| < \varepsilon$ となるためには、 δ の値をどれくらいにすれば良いか。 (ヒント: 同じ要領の評価を変数 ε のまま行なえば良い。)

(注: ぎりぎりの限界を精密に求める必要はないが、桁くらいは正しいことが望ましい。また数学的に不正確なこと (不等号でなく \ni を用いるなど) はしないこと。)