

3 3次対称群

$$S_3 = \langle \alpha, \beta \mid \alpha^3 = \beta^2 = 1, \beta\alpha = \alpha^{-1}\beta \rangle$$

及び 4次二面体群

$$D_4 = \langle \alpha, \beta \mid \alpha^4 = \beta^2 = 1, \beta\alpha = \alpha^{-1}\beta \rangle$$

のそれぞれに対し、以下の問に答えよ。

- (1) 群の位数を求め、生成元を用いて全ての元を列挙せよ。
- (2) 各元の位数は幾つか。
- (3) 共役類を求めよ。
- (4) 各元の中心化群 (その元と可換な元全体の成す部分群) を求めよ。
- (5) 部分群を全て挙げ、包含関係を図示せよ。