

## 有限オートマトンでの計算可能性問題

- 言語  $A \subset \Sigma^*$  に対し、  
A を認識する有限オートマトン M  
が存在するか？
- 有限オートマトンによって  
認識可能な言語はどのようなものか？

定理：

L : 正規言語



L が或る有限オートマトンで認識される

## 有限オートマトンでの計算可能性問題

有限オートマトンで認識できる

$\iff$  “待ち” が有限種類

$\ell_w : \Sigma^* \longrightarrow \Sigma^* : \text{“左平行移動”}$

$$v \longmapsto wv$$

言語  $L \in \mathcal{P}(\Sigma^*)$  に対し、

$S_L : \Sigma^* \longrightarrow \mathcal{P}(\Sigma^*) : \text{“待ち” の集合}$

$$w \longmapsto \{v \in \Sigma^* \mid wv \in L\} = \ell_w^{-1}(L)$$

$$\#\text{Im}S_L < \infty \iff \exists M : L = L(M)$$

## 有限オートマトンでの計算可能性問題

非決定性有限オートマトンで認識できない

言語が存在する!!

( $\iff$  正規でない言語が存在する)

例:  $A = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$  (a と b との個数が同じ)

実際  $w_n = a^n b$  に対する  $S_L(w_n)$  が全て異なる

一般には、証明には部屋割り論法

(の一種の **pumping lemma**)

を利用することが多い

## Pumping Lemma (注入補題・反復補題)

正規言語  $A$  に対し、

$\exists n \in \mathbb{N} :$

$\forall w \in A, |w| \geq n :$

$\exists x, y, z \in \Sigma^* : w = xyz$

(1)  $y \neq \varepsilon$

(2)  $|xy| \leq n$

(3)  $\forall k \geq 0 : xy^kz \in A$