

1

- (1) 体 K 上の線型空間 V について、「 V の元の組 (v_1, \dots, v_n) が V の K 上の基底である」とは、次の 2 つの条件
 - (a) (v_1, \dots, v_n) が K 上線型独立である
 - (b) (v_1, \dots, v_n) が K 上で V を生成するがともに成り立つことだが、このそれぞれの定義を記せ。
- (2) 体拡大 L/K について、拡大次数 $[L:K]$ の定義を記せ。
- (3) 次の体拡大 L/K について、その拡大次数 $[L:K]$ および L の K 上の基底 (の一組) は何か。(答えのみで可)
 - (a) $K = \mathbf{R}, L = \mathbf{C}$
 - (b) $K = \mathbf{Q}, L = \mathbf{Q}(\sqrt[3]{2})$
- (4) 体の有限次拡大 $L \supset M \supset K$ に於ける拡大次数の連鎖律 $[L:K] = [L:M][M:K]$ を示せ。(具体的には、 (x_1, \dots, x_n) が L の M 上の基底、 (y_1, \dots, y_m) が M の K 上の基底であるとき、 $(x_i y_j)_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m}$ が L の K 上の基底であることを示せばよい。)