

有限オートマトンでの計算可能性問題

- 言語 $A \subset \Sigma^*$ に対し、
 A を認識する有限オートマトン M
 が存在するか？
- 有限オートマトンによって
 認識可能な言語はどのようなものか？

定理：

L：正規言語



L が或る有限オートマトンで認識される

定理 :

L : 正規言語



L が或る有限オートマトンで認識される

このような一般論を考えるには、
有限オートマトンの概念を
少し一般化する方が良い

… **非決定性有限オートマトン**
(Non-deterministic finite automaton)

定理 :

L : 正規言語



L が或る非決定性有限オートマトンで
認識される

これは比較的容易

正規言語の帰納的定義に沿って構成

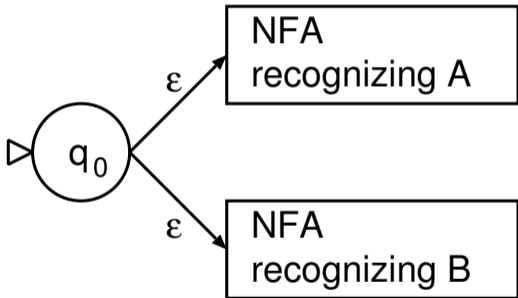
正規言語を認識する NFA の構成

正規言語 :

- $L(\emptyset) = \emptyset$
- $L(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$
- $L(a) = \{a\}$
- $L(R \cup S) = L(R) \cup L(S)$
- $L(R \circ S) = L(R) \circ L(S)$
- $L(R^*) = L(R)^*$

- (1) 言語 $L(\emptyset), L(\varepsilon), L(a)$ を認識する NFA を構成
- (2) 言語 A, B を認識する NFA から、
言語 $A \cup B, A \circ B, A^*$ を認識する NFA を構成

$A \cup B$ を認識する非決定性有限オートマトンの構成



DFA と NFA との同等性

定理 :

L が或る (決定性) 有限オートマトンで
認識される



L が或る非決定性有限オートマトンで
認識される

非決定性有限オートマトン M に対し、

$L(M)$ を認識する決定性有限オートマトン \widetilde{M} が
構成できる

DFA と NFA との同等性

非決定性有限オートマトン

$M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ に対し、

$L(M)$ を認識する決定性有限オートマトン

$\tilde{M} = (\tilde{Q}, \Sigma, \tilde{\delta}, \tilde{s}, \tilde{F})$ を構成

アイデア :

非決定性モデルでも決定的に定まるものは何か？

DFA と NFA との同等性

非決定性有限オートマトン

$M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ に対し、

$L(M)$ を認識する決定性有限オートマトン

$\tilde{M} = (\tilde{Q}, \Sigma, \tilde{\delta}, \tilde{s}, \tilde{F})$ を構成

アイデア :

非決定性モデルでも決定的に定まるものは何か？

DFA と NFA との同等性

定理 :

L : 正規言語



L が或る (決定性) 有限オートマトンで
認識される



L が或る (非決定性) 有限オートマトンで
認識される

有限オートマトンでの計算可能性問題

- 言語 $A \subset \Sigma^*$ に対し、
A を認識する有限オートマトン M
が存在するか？
- 有限オートマトンによって
認識可能な言語はどのようなものか？

→ 正規言語・正規表現

非決定性有限オートマトンで認識できない
言語が存在する!!
(\iff 正規でない言語が存在する)

有限オートマトンでの計算可能性問題

- 言語 $A \subset \Sigma^*$ に対し、
A を認識する有限オートマトン M
が存在するか？
- 有限オートマトンによって
認識可能な言語はどのようなものか？

→ 正規言語・正規表現

非決定性有限オートマトンで認識できない
言語が存在する!!
(\iff 正規でない言語が存在する)

有限オートマトンでの計算可能性問題

有限オートマトンで認識できる

\iff “待ち” が有限種類

$\ell_w : \Sigma^* \longrightarrow \Sigma^* : \text{“左平行移動”}$

$$v \longmapsto wv$$

言語 $L \in \mathcal{P}(\Sigma^*)$ に対し、

$S_L : \Sigma^* \longrightarrow \mathcal{P}(\Sigma^*) : \text{“待ち” の集合}$

$$w \longmapsto \{v \in \Sigma^* \mid wv \in L\} = \ell_w^{-1}(L)$$

$$\#\text{Im}S_L < \infty \iff \exists M : L = L(M)$$