



## 有限オートマトンでの計算可能性問題

有限オートマトンで認識できる

$\iff$  “待ち” が有限種類

$\ell_w : \Sigma^* \longrightarrow \Sigma^* : \text{“左平行移動”}$

$$v \longmapsto wv$$

言語  $L \in \mathcal{P}(\Sigma^*)$  に対し、

$S_L : \Sigma^* \longrightarrow \mathcal{P}(\Sigma^*) : \text{“待ち” の集合}$

$$w \longmapsto \{v \in \Sigma^* \mid wv \in L\} = \ell_w^{-1}(L)$$

$$\#\text{Im}S_L < \infty \iff \exists M : L = L(M)$$

## 有限オートマトンでの計算可能性問題

非決定性有限オートマトンで認識できない

言語が存在する!!

( $\iff$  正規でない言語が存在する)

例:  $A = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$  (a と b との個数が同じ)

実際  $w_n = a^n b$  に対する  $S_L(w_n)$  が全て異なる

一般には、証明には部屋割り論法

(の一種の **pumping lemma**)

を利用することが多い

## Pumping Lemma (注入補題・反復補題)

正規言語  $A$  に対し、

$\exists n \in \mathbb{N} :$

$\forall w \in A, |w| \geq n :$

$\exists x, y, z \in \Sigma^* : w = xyz$

(1)  $y \neq \varepsilon$

(2)  $|xy| \leq n$

(3)  $\forall k \geq 0 : xy^kz \in A$

## 有限オートマトンで認識できる / ない言語の例

$$\Sigma = \{a, b\}$$

- a と b との個数が同じ
- a が幾つか続いた後に b が幾つか続いたもの
- a, b が交互に並んで、a で始まり b で終わる
- 同じ文字列 2 回の繰返しから成る
- 回文 (palindrome)

などなど

このうちで、

有限オートマトンで認識できる言語は？

有限オートマトンで認識できない言語が存在する



より強力な計算モデルが必要



- プッシュダウンオートマトン
- チューリングマシン

有限オートマトンで認識できない言語が存在する



有限オートマトンより強力な計算モデル



正規言語より広い範囲の言語を扱う



生成規則による言語の記述（生成文法）

例：“文法に適っている”数式とは  
どのようなものか？

簡単のため二項演算子のみ考えることにすれば、

- 単独の文字（変数名）は式
- 式と式とを演算子で繋いだものは式
- 式を括弧で括ったものは式
- それだけ

→ これは式を作り出す規則とも考えられる



## “文法に適っている” 数式

初期記号 ( 開始変数 )  $E$  から出発して、  
次の規則のいずれかを  
“非決定的に” 適用して得られるもの のみ

- $E \rightarrow A$
- $E \rightarrow EBE$
- $E \rightarrow (E)$
- $A \rightarrow$  変数名のどれか
- $B \rightarrow$  演算子のどれか
- 変数名・演算子・ $(\cdot)$  は  
それ以上書換ええない ( 終端記号 )

→ 生成規則 ( 書換規則 )

## 生成規則・生成文法

生成規則を与えることでも

言語を定めることが出来る

→ 生成文法 (**generative grammar**)

生成規則による“文法に適っている”語の生成

- 初期変数を書く
- 今ある文字列中の或る変数を  
生成規則のどれかで書換える
- 変数がなくなったら終わり