

2 (集合・写像などを用いた概念記述の練習) Σ を alphabet とする。以下を記述せよ。

(1) L を言語とする。

- (a) 文字 $a \in \Sigma$ に対し、語に左 (resp. 右) から文字 a を接続させる写像 l_a (resp. r_a) (ヒント: どこからどこへの写像か? 即ち、定義域・余域 (行き先の集合) は何か? 以下の問でも同様。)
- (b) 語 $w \in \Sigma^*$ に対し、語に左 (resp. 右) から文字列 w を接続させる写像 l_w (resp. r_w) (直接定義してもよいが、上で定義した l_a (resp. r_a) を用いて、語の長さ $|w|$ に関する帰納的定義によって定めてみよ。)
- (c) 語 $w \in \Sigma^*$ の後に接続すると L の元になる語全体の成す集合 $S_L(w)$ を与える写像 S_L

(2) $M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ を有限オートマトンとする。

- (a) 状態 $q \in Q$ にいる所から出発して語 $w \in \Sigma^*$ を読んだ後の状態 $\tilde{\delta}(q, w)$ を与える写像 $\tilde{\delta}$ (ヒント: $|w|$ に関する帰納的定義を用いよ)
- (b) 特に、 M が語 $w \in \Sigma^*$ を読んだ後の状態を与える写像 $\tilde{\delta}_0$
- (c) M が認識する言語 $L(M)$
- (d) より一般に、語 $w \in \Sigma^*$ を読んだ後に、続けて読めば受理される語全体の成す集合 $S_M(w)$ を与える写像 S_M (前との整合性としては $S_M = S_{L(M)}$ および $S_M(\varepsilon) = L(M)$)

- (3) 講義では、正規表現を帰納的導出によって定義し、それから正規言語を定義したが、ここでは、正規言語を直接に(正規表現を経由せずに)帰納的導出によって定義してみよ。