

3

- (1) 体 K 上の線型空間 V について、「 V の元の組 (v_1, \dots, v_n) が V の K 上の基底である」とは、次の 2 つの条件
- (a) (v_1, \dots, v_n) が K 上線型独立である
 - (b) (v_1, \dots, v_n) が K 上で V を生成する
- がともに成り立つことだが、このそれぞれの定義を記せ。
- (2) 体の有限次拡大 $L \supset M \supset K$ に於ける拡大次数の連鎖律

$$[L : K] = [L : M][M : K]$$

を示せ。

(具体的には、 (x_1, \dots, x_n) が L の M 上の基底、 (y_1, \dots, y_m) が M の K 上の基底であるとき、 $(x_i y_j)_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m}$ が L の K 上の基底であることを示せばよい。)