

- 3** (本問では、実数全体の集合  $\mathbf{R}$  は、従来素朴に知っているものとして考えてよい。)
- (1)  $\mathbf{R}$  の次の部分集合  $X_i$  に対して、最大値・最小値・上限・下限がそれぞれ存在するか。存在するならその値を解答欄に記せ。存在しないなら「なし」と記せ。

$\mathbf{R}$ の部分集合	最大値	最小値	上限	下限
$X_1 = [-3, 4)$ $= \{x \in \mathbf{R} \mid -3 \leq x < 4\}$				
$X_2 = (0, +\infty)$ $= \{x \in \mathbf{R} \mid x > 0\}$				
$X_3 = \left\{1 - \frac{1}{n} \mid n = 1, 2, 3, \dots\right\}$				
$X_4 = \left\{(-1)^n \left(1 - \frac{1}{n}\right) \mid n = 1, 2, 3, \dots\right\}$				
$X_5 = \{x \in \mathbf{Q} \mid x^2 \leq 3\}$				
$X_6 = \{x \in \mathbf{Q} \mid x^3 \leq 5\}$				

- (2) 実数列  $\mathbf{a} = (a_n)_{n=0}^{\infty}$  が正の実数  $\alpha > 0$  に収束 ( $\exists \alpha \in \mathbf{R} : a_n \rightarrow \alpha > 0$ ) するとき、  
 $\exists c \in \mathbf{R} : \exists N \in \mathbf{N} : \forall n > N : a_n > c > 0$  となることを示せ。

(3) 実数列  $\mathbf{a} = (a_n)_{n=0}^{\infty}$ ,  $\mathbf{b} = (b_n)_{n=0}^{\infty}$  について、 $a_n \rightarrow \alpha, b_n \rightarrow \beta$  ならば、 $a_n + b_n \rightarrow \alpha + \beta$  であることを示せ。