代表的な計算モデル

- 有限オートマトン（有限状態機械）
- プッシュダウンオートマトン
- チューリングマシン

有限オートマトンでの計算可能性問題

- 言語 $A \subset \Sigma^*$ に対し、
  A を認識する有限オートマトン M
  が存在するか？

- 有限オートマトンによって
  認識可能な言語はどのようなものか？

$\longrightarrow$ **正規言語・正規表現**

<u>定理</u>：

L：**正規言語**

$$\Updownarrow$$

L **が或る有限オートマトンで認識される**

このような一般論を考えるには、
有限オートマトンの概念を
少し一般化する方が良い

$\cdots$ **非決定性有限オートマトン**
(Non-deterministic finite automaton)

非決定性有限オートマトンの形式的定義

$$M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$$

ここに、

- Q **：有限集合** $\cdots$ **状態の集合**
- Σ **：有限集合** $\cdots$ **alphabet,** $\quad \Sigma_\varepsilon := \Sigma \cup \{\varepsilon\}$
- $\delta : Q \times \Sigma_\varepsilon \to \mathcal{P}(Q)$ **：遷移関数**
  $\cdots$ **可能な遷移先全体の集合を与える**
- $s \in Q$ $\cdots$ **初期状態**
- $F \subset Q$ $\cdots$ **受理状態の集合**

非決定性有限オートマトンによる語の受理

非決定性有限オートマトン

$$M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$$

が、語 $w \in \Sigma^*$ **を受理する**

$$\Updownarrow$$

$\exists a_1, a_2, \cdots, a_n \in \Sigma_\varepsilon : w = a_1 a_2 \cdots a_n$

$\exists r_0, r_1, \ldots, r_n \in Q :$

- $r_0 = s$
- $r_i \in \delta(r_{i-1}, a_i)$ $\mathbf{(}i = 1, \ldots, n\mathbf{)}$
- $r_n \in F$

$L(M)$ **:** M **が受理する語の全体**

$\cdots$ M **が認識する言語**

定理：

L：正規言語

$\Updownarrow$

L が或る非決定性有限オートマトンで認識される

これは比較的容易

正規言語の帰納的定義に沿って構成

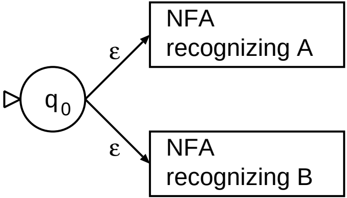
正規言語を認識する NFA の構成

正規言語：

- $L(\emptyset) = \emptyset$
- $L(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$
- $L(a) = \{a\}$
- $L(R \cup S) = L(R) \cup L(S)$
- $L(R \circ S) = L(R) \circ L(S)$
- $L(R^*) = L(R)^*$

(1) 言語 $L(\emptyset), L(\varepsilon), L(a)$ を認識する NFA を構成
(2) 言語 A, B を認識する NFA から、
言語 $A \cup B, A \circ B, A^*$ を認識する NFA を構成

$A \cup B$ を認識する非決定性有限オートマトンの構成



これを形式的な定式化の下で書き下すには？

A **を認識する NFA** $M_A = (Q_A, \Sigma, \delta_A, s_A, F_A)$
B **を認識する NFA** $M_B = (Q_B, \Sigma, \delta_B, s_B, F_B)$
$\longrightarrow$ $A \cup B$ **を認識する NFA** $M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$
を構成

このようなことを考えるときには、
いろいろ準備しておくと良い

例：NFA $M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ **において、**
受理状態は一つとして良い

「として良い」とは？

NFA $M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ **に対し、**
NFA $M' = (Q', \Sigma, \delta', s', F')$ **で、**
$L(M) = L(M')$ **かつ** $\#F' = 1$ **なるものが存在する。**

このようなことを考えるときには、
いろいろ準備しておくと良い

例： NFA $M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ **において、**
受理状態は一つとして良い

「として良い」とは？

NFA $M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ **に対し、**
NFA $M' = (Q', \Sigma, \delta', s', F')$ **で、**
$L(M) = L(M')$ **かつ** $\#F' = 1$ **なるものが存在する。**

言語 $A \cup B, A \circ B, A^*$ を認識する NFA の構成

A を認識する NFA $M_A = (Q_A, \Sigma, \delta_A, s_A, F_A)$
B を認識する NFA $M_B = (Q_B, \Sigma, \delta_B, s_B, F_B)$

から

$A \cup B, A \circ B, A^*$ を認識する NFA を構成

DFA と NFA との同等性

> **定理：**
> L が或る（決定性）有限オートマトンで認識される
> $$\Updownarrow$$
> L が或る非決定性有限オートマトンで認識される

非決定性有限オートマトン M に対し、

$L(M)$ を認識する決定性有限オートマトン $\widetilde{M}$ が構成できる

DFA と NFA との同等性

非決定性有限オートマトン

$M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ **に対し、**

$L(M)$ **を認識する決定性有限オートマトン**

$\widetilde{M} = (\widetilde{Q}, \Sigma, \widetilde{\delta}, \widetilde{s}, \widetilde{F})$ **を構成**

アイデア：
非決定性モデルでも決定的に定まるものは何か？

DFA と NFA との同等性

非決定性有限オートマトン

$M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ **に対し、**

$L(M)$ **を認識する決定性有限オートマトン**

$\widetilde{M} = (\widetilde{Q}, \Sigma, \widetilde{\delta}, \widetilde{s}, \widetilde{F})$ **を構成**

アイデア：

非決定性モデルでも決定的に定まるものは何か？

DFA と NFA との同等性

定理：

L： **正規言語**

$\Updownarrow$

L **が或る（決定性）有限オートマトンで認識される**

$\Updownarrow$

L **が或る（非決定性）有限オートマトンで認識される**