

集合・写像などの言葉を用いて記述する練習

演習問題： Σ を alphabet とする。以下を記述せよ。

(1) L : 言語

- (a) 文字 $a \in \Sigma$ に対し、語に左 (resp. 右) から文字 a を接続させる写像 l_a (resp. r_a)
- (b) 語 $w \in \Sigma^*$ に対し、語に左 (resp. 右) から文字列 w を接続させる写像 l_w (resp. r_w) (語の長さ $|w|$ に関する帰納的定義で)
- (c) 語 $w \in \Sigma^*$ の後に接続すると L の元になる語全体の成す集合 $S_L(w)$ を与える写像 S_L

(2) $M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$: 有限オートマトン

- (a) 状態 $q \in Q$ にいる所から出発して語 $w \in \Sigma^*$ を読んだ後の状態 $\tilde{\delta}(q, w)$ を与える写像 $\tilde{\delta}$ (語の長さ $|w|$ に関する帰納的定義で)
- (b) 特に、 M が語 $w \in \Sigma^*$ を読んだ後の状態を与える写像 $\tilde{\delta}_0$
- (c) M が認識する言語 $L(M)$
- (d) 状態 $q \in Q$ にいる所から出発して、その後に読めば受理される語全体の成す集合 $\varphi_M(q)$ を与える写像 φ_M

定理 :

L : 正規言語



L が或る有限オートマトンで認識される

このような一般論を考えるには、
有限オートマトンの概念を
少し一般化する方が良い

… **非決定性有限オートマトン**
(Non-deterministic finite automaton)

定理 :

L : 正規言語



L が或る非決定性有限オートマトンで
認識される

これは比較的容易

正規言語の帰納的定義に沿って構成

正規言語を認識する NFA の構成

正規言語：

- $L(\emptyset) = \emptyset$
- $L(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$
- $L(a) = \{a\}$
- $L(R \cup S) = L(R) \cup L(S)$
- $L(R \circ S) = L(R) \circ L(S)$
- $L(R^*) = L(R)^*$

- (1) 言語 $L(\emptyset), L(\varepsilon), L(a)$ を認識する NFA を構成
- (2) 言語 A, B を認識する NFA から、
言語 $A \cup B, A \circ B, A^*$ を認識する NFA を構成

DFA と NFA との同等性

定理 :

L が或る (決定性) 有限オートマトンで
認識される



L が或る非決定性有限オートマトンで
認識される

非決定性有限オートマトン M に対し、

$L(M)$ を認識する決定性有限オートマトン \widetilde{M} が
構成できる

DFA と NFA との同等性

非決定性有限オートマトン

$M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ に対し、

$L(M)$ を認識する決定性有限オートマトン

$\tilde{M} = (\tilde{Q}, \Sigma, \tilde{\delta}, \tilde{s}, \tilde{F})$ を構成

アイデア：

非決定性モデルでも決定的に定まるものは何か？

DFA と NFA との同等性

定理 :

L : 正規言語



L が或る (決定性) 有限オートマトンで
認識される



L が或る (非決定性) 有限オートマトンで
認識される