4-21A.　次の関数の Taylor 展開を求めよ。

(1) $\log(1-x)$

(2) $\dfrac{1}{(1-x)^2}$

(3) $\sqrt[3]{1+x}$

4-22B.　次の関数の Taylor 展開を指定された項まで（意欲があればもっと）求めよ。（または一般項と総和記号 $\sum$ を用いて表せ。）

(1) $\sqrt{1+2x}$ （x^4 の項まで）

(2) $\dfrac{1}{(1-x)^3}$ （x^4 の項まで）

(3) $\dfrac{1}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$ （x^5 の項まで）

4-23A.　Taylor 展開を用いて、次の関数の $x \longrightarrow 0$ での極限値を求めよ。

(1) $\dfrac{2\sin x - \sin 2x}{x^3}$

(2) $\dfrac{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[4]{1+x}}{x}$

4-24B.　Taylor 展開を用いて、次の関数の $x \longrightarrow 0$ での極限値を求めよ。

(1) $\dfrac{\cos x - \cos 2x}{x^2}$

(2) $\dfrac{\log(1-2x)+2x+2x^2}{x^3}$

(3) $\dfrac{e^x\sqrt{1+2x}-(1+x)^2}{x^3}$

4-25B.　以前の授業の演習課題で、$\sin 1$ の近似値を Taylor 展開を利用して求めたが、その際は特に誤差評価を行わなかった。ここでは Taylor の定理による剰余項の評価を用いて、誤差の評価をしてみよう。

（必要なら、裏面にある $n!, 1/n!$ の表を利用せよ。）

$f(x) = \sin x$ の Taylor 展開の剰余項 $R_N(f;x)$ について、

(1) $|R_N(f;1)| < 10^{-7}$ となる（出来ればなるべく小さい）N を与えよ。

(2) $\sin 1$ の近似値を小数第 6 位まで求めよ。

(3) 誤差が 10^{-6} 以下であることを保証せよ。但し、各項の四捨五入による誤差（丸め誤差）・剰余項を無視したことによる誤差（打切誤差）の双方を考慮に入れよ。

（意欲のある人はもう一桁多く小数第 7 位まで求めてみよ。その場合、(1) に当たる部分はどうすれば良いか。）

以下、電卓等利用可。近似値の計算では、少なくとも打切誤差の評価（収束の速さ）については考慮せよ。

4-26C.　$f(x) = \log(1+x)$ の Taylor 展開を用いて、log の値の近似値を求めることを考えよう。

(1) $\log 1.1$ の近似値を求めよ。

(2) $\log 1.21$ の近似値を求めよ。（直接 $x = 0.21$ とおくのと、$\log 1.21 = \log(1.1)^2 = 2\log 1.1$ を利用するのと、どちらが有利か。）

(3) 直接 $x = 2$ とおいて $\log 3$ の近似値を求めることはできない。何故か？

4-27C.　$\log 3$ の近似値を求めるために、次のことを考えよう。

(1) $\log\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$ の Taylor 展開を求めよ。

(2) これを利用して、$\log 3$ の近似値を求めよ。

n	$n!$	$1/n!$
0	1	1
1	1	1
2	2	0.5
3	6	0.166666666667
4	24	0.041666666667
5	120	0.008333333333
6	720	0.001388888889
7	5040	0.000198412698
8	40320	0.000024801587
9	362880	0.000002755732
10	3628800	0.000000275573
11	39916800	0.000000025052
12	479001600	0.000000002088
13	6227020800	0.000000000161
14	87178291200	0.000000000011