5-35A.　次の値を（主値で）答えよ。

(1) $\arcsin\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$　　(2) $\arctan 1$

5-36B.　次の値を主値で答えよ。但し、主値の範囲は、それぞれ $-\dfrac{\pi}{2} \le \arcsin x \le \dfrac{\pi}{2}$, $0 \le \arccos x \le \pi, -\dfrac{\pi}{2} \le \arctan x \le \dfrac{\pi}{2}$ に取ることとする。

(1) $\arcsin\dfrac{1}{2}$　　(2) $\arccos\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$　　(3) $\arctan(-\sqrt{3})$

5-37B.　a を $|a| < 1$ なる実数とするとき、$x^2 + y^2 \le 1, y \ge 0, x \ge a$ で定まる領域の面積を求めよ。

5-38A.　$y = \arcsin x$ について、$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ であることを示せ。従って、$\arcsin x = \displaystyle\int_0^x \dfrac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$ である。

5-39B.　逆正弦関数 $\arcsin x$ について、

(1) $\displaystyle\int \arcsin x \, dx$ を求めよ。（ヒント：$\arcsin x = (x)' \arcsin x$ と見て部分積分）

(2) $\arcsin x$ の Taylor 展開を求めよ。（一般項を書くか、最初の何項かの係数を具体的に求めよ。）（ヒント：$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (1-x^2)^{-\frac{1}{2}}$ を二項展開してから項別積分）

5-40A.　次で定義される関数を、それぞれ双曲正弦 (hyperbolic sine)・双曲余弦 (hyperbolic cosine)・双曲正接 (hyperbolic tangent) という（総称して双曲線関数という）：

$$\sinh x := \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh x := \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \tanh x := \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

(1) 次の関係式を満たすことを示せ。

(a) $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1, \tanh x = \dfrac{\sinh x}{\cosh x}$

(b) $(\sinh x)' = \cosh x, (\cosh x)' = \sinh x$

(2) $\sinh x$ の Taylor 展開を、一般項と総和記号 $\sum$ を用いて表せ。

5-41B.　双曲線関数について、

(1) $\cosh x$ の Taylor 展開を、一般項と総和記号 $\sum$ を用いて表せ。

(2) $\tanh x$ の Taylor 展開を、x^5 の項まで（意欲があればもっと）求めよ。

(3) 次の加法定理を導け：

(a) $\sinh(x+y) = \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y$

(b) $\cosh(x+y) = \cosh x \cosh y + \sinh x \sinh y$

(4) $\tanh(x+y)$ を $\tanh x, \tanh y$ で表せ。（tanh の加法定理）

5-42C.　e^x の Taylor 展開において、形式的に x を ix（i は虚数単位、$i^2 = -1$）と置き換えた級数を考え、これを e^{ix} と書くことにする。

(1) 形式的に計算して実部・虚部に分けると、$e^{ix} = \cos x + i \sin x$ の形になることを確かめよ。（複素数まで拡げて収束・極限等の定式化を整備することにより、この関係式は正当化され、「Euler の公式」と呼ばれる。詳しくは、「複素関数論」の授業などで扱う。）

(2) 次の関係式が成り立つ：

$$\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}, \quad \cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}, \quad \tan x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{i(e^{ix} + e^{-ix})}$$

(3) 上の関係式と指数法則とから、三角関数の加法定理を導け。