

4 次の多項式 $f(X) \in \mathbb{Q}[X]$ に対し、その \mathbb{Q} 上の分解体を $K := \text{Spl}(f/\mathbb{Q})$ とする。Galois 対応 (Galois 群 $G = \text{Gal}(K/\mathbb{Q})$ の部分群と K/\mathbb{Q} の中間体との対応) に基づいて、 K/\mathbb{Q} の全ての中間体の包含関係と $G = \text{Gal}(K/\mathbb{Q})$ の全ての部分群の包含関係を、双方が対応するように図示して列挙せよ。

(1) $f(X) = X^3 - 2$ (ヒント: $G = \mathfrak{S}_3$)

(2) $f(X) = X^4 - 20X^2 + 32$ (ヒント : $G = D_4$)