3-14A. $f(x) = e^{-x}$ の Taylor 展開 $f(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ について、

(1) f の n 階導関数 $f^{(n)}$ を求め、$a_n = \dfrac{f^{(n)}(0)}{n!}$ によって $f(x)$ の Taylor 展開を求めよ。

(2) e^x の Taylor 展開と比較せよ。（これより e^x の Taylor 展開から e^{-x} の Taylor 展開が得られることが分かる。通常はこうして求めれば良い。）

(3) 極限 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{-x} - 1 + x}{x^2}$ を求めよ。

3-15B. $f(x) = e^{2x}$ について、

(1) Taylor 展開を求めよ。

(2) 極限 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{2x} - 1 - 2x}{x^2}$ を求めよ。

3-16A. 次の関数の Taylor 展開を求めよ。

(1) $\sin x \cos x$　　(2) $\dfrac{1}{1 - 5x + 6x^2}$

3-17B. 次の関数の Taylor 展開を次の二通りの方法で x^4 の項まで（意欲があればもっと）求めよ。（結果を比較して確認せよ。他の方法も思い付いたら試してみよ。）

(1) $e^{x+x^2} = \exp(x + x^2)$

　(a) e^t の Taylor 展開に $t = x + x^2$ を代入して

　(b) $e^{x+x^2} = e^x e^{x^2}$ と見て、それぞれの Taylor 展開の掛け算で

(2) $\dfrac{1}{1 - x - x^2}$

　(a) 筆算方式の割り算で

　(b) $1 - x - x^2$ を因数分解して、等比級数の和に展開して

3-18C. 次の関数の Taylor 展開を x^7 の項まで（意欲があればもっと）求めよ。

(1) $\sin^2 x$　　(2) $\cos^2 x$　　(3) $\tan x$

3-19A. 次の関数の Taylor 展開を求めよ。

(1) $\log(1 - x)$　　(2) $\dfrac{1}{(1-x)^2}$　　(3) $\sqrt[3]{1 + x}$

3-20B. 次の関数の Taylor 展開を指定された項まで（意欲があればもっと）求めよ。（または一般項と総和記号 $\sum$ を用いて表せ。）

(1) $\log\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$ （x^5 の項まで）

(2) $\sqrt{1 + 2x}$ （x^4 の項まで）

(3) $\dfrac{1}{(1-x)^3}$ （x^4 の項まで）

(4) $\dfrac{1}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$ （x^4 の項まで）

3-21A. Taylor 展開を用いて、次の関数の $x \longrightarrow 0$ での極限値を求めよ。

(1) $\dfrac{2\sin x - \sin 2x}{x^3}$

(2) $\dfrac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[4]{1+x}}{x}$

3-22B. Taylor 展開を用いて、次の関数の $x \longrightarrow 0$ での極限値を求めよ。

(1) $\dfrac{\cos x - \cos 2x}{x^2}$

(2) $\dfrac{\log(1 - 2x) + 2x + 2x^2}{x^3}$

(3) $\dfrac{(1-x)e^x - 1}{x^2}$