2019年度秋期 **現代数学B** （担当：角皆）

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 氏名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{\mathbf{5}}$

(1) 区間 I で定義された実数値関数 $f : I \longrightarrow \boldsymbol{R}$ と定義域内の点 $a \in I$ および実数 $\alpha \in \boldsymbol{R}$ について、

(a) f が $x \longrightarrow a$ のとき α に収束（$x \longrightarrow a$ のとき $f(x) \longrightarrow \alpha$）することの（$\varepsilon - \delta$ 流の）定義を、論理記号を交えた数式で記述せよ。

(b) f が $x \longrightarrow a$ のとき $\alpha > 0$ に収束しないこと（つまり上の否定）を、論理記号を交えた数式で記述せよ。

(c) f が $x = a$ で連続であることの定義を、論理記号を交えた数式で記述せよ。

(d) f が $x = a$ で連続でないこと（つまり上の否定）を、論理記号を交えた数式で記述せよ。

(e) $I = \boldsymbol{R}$ とする。f が $x \longrightarrow +\infty$ のとき α に収束（$x \longrightarrow +\infty$ のとき $f(x) \longrightarrow \alpha$）することの定義を、論理記号を交えた数式で記述せよ。

(f) f が $x \longrightarrow +\infty$ のとき $\alpha > 0$ に収束しないこと（つまり上の否定）を、論理記号を交えた数式で記述せよ。

(2) 関数 f について、$a \in \boldsymbol{R}$ で連続かつ $f(a) > 0$ であれば、或る $\delta > 0$ が存在して、$|x - a| < \delta$ ならば $f(x) > 0$ （a の十分近くで $f(x) > 0$）であることを示せ。

(3) 関数 f, g について、$x \longrightarrow a$ のとき、$f(x) \longrightarrow \alpha, g(x) \longrightarrow \beta$ であるとき、

(a) $f(x) + g(x) \longrightarrow \alpha + \beta$ であることを示せ。

(b) $f(x)g(x) \longrightarrow \alpha\beta$ であることを示せ。