

2019年度春期 数学BI(微分積分)[情報理工学科クラス](担当:角皆)

学生番号: _____ 氏名: _____

1 (論理記号 (\forall, \exists) などを用いた記述の練習・ ε - δ 流の連続の定義と証明)

- (1) 次で述べる現象を、集合や論理記号を用いて書き表せ。
- (a) どんな実数に対しても、それより大きい実数がある
(任意の実数 x に対して、或る実数 y が存在して、 x より y が大きい)
- (b) 関数 $\sin x$ の値は常に 1 以下である
(任意の実数 x に対して、関数 $\sin x$ の値は 1 以下)
- (c) 正の実数に対する関数 e^{-x} の値は、0 と 1 との間にある
(任意の正の実数 x に対して、関数 e^{-x} の値は 0 より大きく 1 より小さい)
- (d) x を充分大きくすれば、関数 $e^{-x} \sin x$ の値は、絶対値が十分小さくなる
(任意の正の実数 ε に対して、或る実数 K が存在して、任意の実数 x について、 x が K より大きければ、関数 $e^{-x} \sin x$ の値の絶対値は ε より小さい)
- (2) 関数の連続の (ε - δ 流の) 定義について、
- (a) 「関数 f が $x = a$ で連続である」ということの定義を、論理記号を交えた数式で記述せよ。
- (b) その否定、すなわち「関数 f が $x = a$ で連続でない」ということを、論理記号を交えた数式で記述せよ。

- (3) 関数 $f(x) = x^2$ について、 f が $x = -4$ で連続であることを、
(a) (ε - δ 流に) 論理記号を交えた数式で記述せよ。

(b) 証明せよ。

- (4) 関数 $f(x) = x^3$ について、任意の実数 a に対し、 f が $x = a$ で連続であることを、
(a) (ε - δ 流に) 論理記号を交えた数式で記述せよ。

(b) 証明せよ。