

学生番号: \_\_\_\_\_ 氏名: \_\_\_\_\_

**2** ( $\varepsilon$ - $\delta$ 流の連続性に関する証明・Taylor展開の利用と計算)

(1) 関数  $f, g$  が共に  $x = a$  で連続であるとき、

$$(f + g)(x) := f(x) + g(x)$$

で定まる関数  $f + g$  (関数  $f$  と  $g$  との和) も  $x = a$  で連続であることを示せ。  
(意欲のある者は、この代わりに、 $(fg)(x) := f(x)g(x)$  で定まる関数  $fg$  (関数  $f$  と  $g$  との積) に関して同様のことを示してみよ。)

(2)  $f(x) = \sin x$  の Taylor 展開を利用して、

(a) 極限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3}$  を求めよ。

(b)  $\sin 1$  の近似値を小数第6位まで求めよ。(念の為の注:  $1^\circ$  ではなく  $1\text{rad}$ )

(3) 次の関数の Taylor 展開を求めよ。

(a)  $e^{x+x^2} = \exp(x+x^2)$

(b)  $\cos x \sin x$

(c)  $\frac{1}{1-x-x^2}$

(d)  $\log(1-x-x^2)$