

学生番号: _____ 氏名: _____

4 (Taylor 展開の剰余項の評価・近似値の計算・数列の極限)

- (1) $f(x) = e^x$ の Taylor 展開の剰余項 $R_N(f; x)$ について、
- (a) 剰余項 $R_N(f; x)$ の具体形を記せ。
 - (b) $|R_N(f; 1)| < 10^{-6}$ となる(出来ればなるべく小さい) N を与えよ。($2 < e < 3$ であることくらいは用いてよい。)
 - (c) e の近似値を小数第 5 位まで求めよ。
 - (d) 誤差が 10^{-5} 以下であることを保証せよ。但し、各項の四捨五入による誤差(丸め誤差)・剰余項を無視したことによる誤差(打切誤差)の双方を考慮に入れよ。
- (意欲のある人は小数第 7 位まで求めてみよ。その場合、(b) に当たる部分はどうぞれば良いか。)

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \beta$ のとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = \alpha + \beta$ となることを示せ。(意欲のある者は、この代わりに、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = \alpha\beta$ を示してみよ。)