

2024年度

理工学部情報理工学科

「卒業研究」

角皆研究室

説明資料

2023-11-28

研究分野：整数論

- 整数の性質の解明に取り組む分野
- 理論の深さ・対象の素朴さ
- 実際に計算して実感できる・実例を重んずる
- 計算機の利用による実験的な側面
- 情報化社会を支える数理技術の基盤理論

→ 素朴と深遠・理論と実用が表裏一体

個人的には、抽象論だけでない

「手触りのある数学」が好み

整数論・構成的ガロア理論

<教授・角皆 宏 TSUNOGAI, Hiroshi>

高次代数方程式の解法の探求は、模索的方法での3次 (del Ferro・Fontana・Cardano)・4次 (Ferrari)の解法の発見の後、根の置換に着目する体系的な探求法(Lagrange)により一新され、Galoisの理論へと結実しました。これは「数の対称性」の理論と言えますが、現代では「数系の対称性」の理論として定式化され、さらに他の様々な対象の「Galois対応」へと一般化されています。

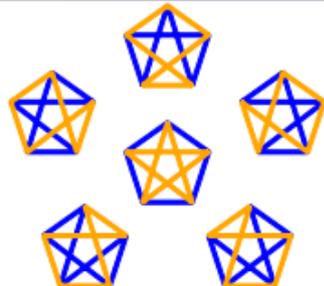
本研究「構成的ガロア理論」では、その根が所与の対称性を持つ多項式を具体的に構成することが目標です。特に幾何的な対称性を利用することで、様々な良い特徴を持った簡明な多項式を構成するとともに、得られた多項式を用いた代数的整数論への活用を探求しています。

5次二面体群 D_5 をガロア群に持つ5次多項式：

$$F_{D_5}(a, b; X) = X^5 + (a-3)X^4 + (b-a+3)X^3 + (a^2 - a - 1 - 2b)X^2 + bX + a$$

5次交代群 A_5 をガロア群に持つ6次多項式：

$$F_{A_5}(u, v; X) = X^6 - 2(u+1)X^5 + (u^2+1)X^4 - vX^3 + (u^2 - 2u + 2)X^2 - 2(u-2)X + 1$$



数の対称性

コラボ
協働

図形の対称性

「ガロア理論」の威力の一端

高校の頃の演習問題より：解けますか？

$$\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ = ?$$

(加法定理や積和の公式を駆使すれば解けますが...
答は次ページ)

「ガロア理論」の威力の一端

$$\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ = \frac{1}{8}$$

こんな簡単な値に！

→ 簡単になる理由は

「ガロア理論」

で説明できます！！

「ガロア理論」とは？

元々は、代数方程式（多項式 = 0）の解法理論

→ 現代では、

「体の拡大」の対称性の理論として整備

→ さらに、

数学の色々な場面で類似の現象が見出され、
「○○のガロア理論」などと呼ばれて一般化

数学を学んで

「ガロア理論」を知らずば

画竜点睛を欠く !!

研究テーマ：「構成的ガロア理論」とその周辺

古典的な「多項式のガロア理論」の風味で、

- 所望の対称性（ガロア群）を持つ多項式の構成
- それを用いた代数的整数論における具体例の構成

を興味を中心において研究中

「構成的ガロア理論」

「卒業研究」セミナー進め方の予定

- 春学期：テキスト講読セミナー
- 秋学期：各自が卒論・卒研発表のテーマを決め、
それに取り組む
- 特にテーマの希望が明確な場合には、
テキストセミナーを行ないつつ
早い時期から課題学修を行なうこともあり

講読予定のテキストの例

- 小野 孝「数論序説」(裳華房)
 - 中野 伸「ガロア理論～その標準的な入門」
(サイエンス社・**SGC** ライブラリ 27)
 - 桂 利行「代数学 III: 体とガロア理論」
(東京大学出版会・大学数学の入門 3)
 - 中島 匠一「代数方程式とガロア理論」
(共立出版・現代数学の潮流)
 - 青木 昇「素数と2次体の整数論」
(共立出版・数学のかんどころ 15)
 - 木田 雅成「連分数」
(近代科学社・大学数学スポットライトシリーズ 9)
- 他、応相談

講読予定のテキストの例

予備知識となる授業を修得した者や
進学希望者の場合は

代数的整数論・構成的ガロア理論の初歩など

もう少し進んだ内容から始まるテキストも望ましい

メンバーが決まってから、
予備知識・希望などにより改めて相談する

秋学期：卒論・卒研発表に向けて

各自が卒論・卒研発表のテーマを決めて、
それに取り組む

テーマの例：

- 講読したテキストの内容に関連した内容や
発展的なことから
- 計算機ソフトウェアを用いた実験的な観察や
教育への活用
- その他、数学分野で予てから興味があった内容
など

課題学修中心コース

特にテーマの希望が明確な場合には、
テキストセミナーを行ないつつ
早い時期から課題学修を行なうこともあり

余り経験のない試みなので、
ともに試行錯誤しながら進めることになる

テーマによっては効果的な指導が難しく、

通常の状態のセミナー以上に、
取組むテーマを明確に持ち、
意欲的に取組む学生以外にはお勧めしない

近年の卒研テーマ（卒論題目）

- ガウス整数環を用いた共円定石の探索
- 円分体の2次・3次の間体の計算例
- 撥弦楽器と打弦楽器との弦の振動の比較
- 機械学習における過学習抑制の手法「正則化」
について
- **de Bruijn** グラフとその **line** グラフによる構成
- 多項式の既約性判定
- 素数次巡回多項式
- 折紙による角の7等分
- 素数冪を法とするフィボナッチ数列の周期性
- ガウス整数環での互除法の回数の評価
- ペル数列に含まれる平方数について
- ユークリッド互除法の割り算の平均回数について

予備知識となる主な授業科目

数学系科目の中でも“代数系”の一連の科目

- 「代数学基礎」
(理工共通科目Ⅱ群・春学期開講)
- 「代数学Ⅰ(群論)」
(理工共通科目Ⅱ群・秋学期開講)
- 「代数学Ⅱ(環と加群)」
(情報理工学科専門科目D群・春学期開講)
- 「代数学Ⅲ(ガロア理論)」
(情報理工学科専門科目D群・隔年3Q開講)
(2024年度は開講)

個別説明・相談会

対面による説明・相談会を行なう

- 日時：**12月1日（金）12:45**頃から
 （「ゼミナールII」終了後・**30分**程度）
- 場所：角皆の研究室（**4-392**室）

これ以外で個別に話をしたい場合には、

電子メール tsuno-h@sophia.ac.jp

宛に連絡を下さい

その他、詳しい情報は、

<http://pweb.cc.sophia.ac.jp>

[/tsunogai/sotsuken/sotsuken24.html](http://pweb.cc.sophia.ac.jp/tsunogai/sotsuken/sotsuken24.html)

を参照のこと

2023 年度卒業研究発表会

- **2024 年 1 月 31 日 (水)・2 月 1 日 (木)**
- **6 号館 2 階 6-2xx 教室 (4 キーテーマ同時)
の予定**
- 来聴を強く推奨・途中入退室自由

ともに数学に取り組む

「わかる」

を目指そう !!